CORSO DI “TEORIA DEGLI INSIEMI”

DOCENTE: Alessandro Berarducci
Anno di corso: 2009-2010
Laurea Magistrale (270), Semestre: I
Crediti 6, ore 30

CONTENUTI DELL’INSEGNAMENTO:
Il corso verterà sullo studio dei modelli della teoria assiomatica degli insiemi. Nella prima parte presenteremo il modello di Gödel degli insiemi costruibili. Nella seconda parte considereremo il metodo del forcing di Cohen. Come applicazione otterremo in particolare l’indipendenza dell’ipotesi del continuo dagli altri assiomi della teoria degli insiemi.

PRIMA PARTE : INSIEMI COSTRUIBILI

Assiomi di Zermelo-Fraenkel (ZFC). La gerarchia di von Neumann. Relazioni ben fondate e teorema di ricursione. Collasso di Mostowski. Modelli interni di ZFC. Modelli transitivi. Cardinali inaccessibili. Assolutezza. La nozione di cardinalità e di insieme potenza non sono assolute. Gli insiemi H(κ). Principi di riflessione. La classe L degli insiemi costruibili. Coerenza relativa dell’assioma di costruibilità (V=L). Coerenza relativa dell’assioma della scelta (AC) e dell’ipotesi generalizzata del continuo (GCH).

SECONDA PARTE: FORCING

Condizioni di forcing e filtri generici. Estensione di un modello M tramite l’aggiunta di un filtro generico G. Minimalità del modello M[G]. Relazione di forcing. Definibilità locale del forcing. Teorema del forcing: ogni formula vera è forzata. Modelli in cui non vale l’assioma di costruibilità. Preservazione dei cardinali. Modelli in cui non vale l’ipotesi del continuo. Altre applicazioni del forcing.

TESTI DI RIFERIMENTO:
Kenneth Kunen, Set theory. North Holland 1980.
Thomas Jech, Set theory, Academic Press 1978. Springer 1997, 2003.

PREREQUISITI: Conoscenza delle basi della teoria degli insiemi e dei numeri ordinali e cardinali.

METODI DIDATTICI: Lezioni ed esercitazioni integrate.

OBIETTIVI FORMATIVI: Presentazione di uno dei risultati più importanti della teoria degli insiemi.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL’APPRENDIMENTO: Esame finale orale.