PROGRAMMA DEL CORSO "Teoria dei Modelli"

DOCENTE: Alessandro Berarducci
Anno di corso: 2009-2010
Corso di laurea: Matematica (270)
Laurea Magistrale, Semestre: II
Crediti 6, ore 30, Codice esame 213AA

CONTENUTI DELL'INSEGNAMENTO: Introduzione alle nozioni fondamentali della teoria dei modelli con esemplificazioni a varie teorie algebriche. I dettagli del programma verranno concordati con gli studenti interessati. Un possibile punto di arrivo può essere il teorema di categoricità di Morley seguendo il percorso seguente:

Linguaggi e strutture. Sottostrutture elementari, catene elementari. Compattezza, Ultraprodotti, Teorema di Łos, Teorema di Löwenheim Skolem verso il basso. Diagrammi, teorema di Löwenheim Skolem verso l'alto. Completezza delle teorie κ-categoriche, esempi di teorie totalmente categoriche, esempi di teorie $\aleph_0$-categoriche. Tipi. Modelli ω-saturi, modelli ω-omogenei. Tipi e automorfismi. Eliminazione dei quantificatori. Isomorfismi parziali. Teorie $\forall$-assiomatizzabili, teorie $\forall\exists$-assiomatizzabili. Teorie model-complete. Modelli primi. Una teorie model-completa con un modello primo è completa. Teorie compagne. Amalgamazione ed eliminazione dei quantificatori. Teoria degli ordini discreti. Teoria del grafo random. Teoria dei campi algebricamente chiusi. Teoria dei campi reali chiusi. Modelli κ-saturi, κ-omogenei, fortemente κ-omogenei. Unicità dei modelli saturi. Esistenza dei modelli κ^+-saturi di cardinalità 2^κ. Esistenza di modelli κ^+-saturi e fortemente κ^+-omogenei. Strutture che realizzano gli stessi tipi. Teorie con un modello saturo numerabile. Teorema di omissione dei tipi. Modelli primi e modelli atomici. Unicità dei modelli primi. Teorie ω-categoriche. Teorie ω-stabili. Indiscernibili. Ogni teoria κ-categorica ($\kappa > \aleph_1$) è ω-stabile. Rango di Morley. Le teorie ω-stabili hanno rango di Morley finito. Le teorie con Rango di Morley finito sono λ-stabili per ogni λ. Le teorie ω-stabili hanno modelli saturi di ogni potenza regolare. Teorema di categoricità di Morley: una teoria con un unico modello di cardinalità $\kappa \geq \aleph_1$ ha un unico modello di ogni cardinalità non-numerabile.

TESTI DI RIFERIMENTO: Riferimento principale:
Anand Pillay, Lecture notes - Model theory, 2002
http://www.math.uiuc.edu/People/pillay/lecturenotes_modeltheory.pdf
Altri riferimenti:
Chang-Keisler, Teoria dei modelli.

David Marker, Model Theory: An Introduction, Springer 2002

Wilfrid Hodges, Model Theory, Cambridge 1997

Bruno Poizat, A Course in Model Theory,

PREREQUISITI: Corso di Logica Matematica e Corso di Elementi di Teoria degli insiemi, o equivalenti.

METODI DIDATTICI: Lezioni ed esercitazioni integrate.

OBIETTIVI FORMATIVI: Introduzione alle nozioni fondamentali della teoria dei modelli con esemplificazioni a varie teorie algebriche.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO: Esame finale orale.