

Corso di Laurea in Informatica
Linguaggio e Metodi della Matematica
Prova scritta del 16 Gennaio 2003

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

Firma:

Esercizio 1. Sia $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 3\}$ e sia $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 2\}$. Determinare le cardinalità di $A \times B$ e $B \times A$, e stabilire se è possibile trovare una funzione $f: A \times B \rightarrow B \times A$ che sia:

1. iniettiva e surgettiva.
2. iniettiva ma non surgettiva.
3. surgettiva ma non iniettiva.
4. nè iniettiva nè surgettiva.

Si giustificino le risposte e nei casi di risposta positiva si dia un esempio di funzione con le proprietà richieste.

Esercizio 2. Scriviamo $x \mid y$ per indicare che l'intero x divide l'intero y . Si determini quali delle seguenti affermazioni è vera nel dominio degli interi.

1. $\exists x \forall y x \mid y$.
2. $\forall x \exists y x \mid y$.
3. $\forall x \forall y x \mid y$.
4. $\exists x \exists y x \mid y$.
5. $\forall x \forall y (x \mid y \rightarrow y \mid x)$.
6. $\exists x \exists y (x \mid y \wedge y \mid x)$.
7. $\forall x \exists y (x \mid y \wedge y \mid x)$.

Esercizio 3. Una stringa binaria è una stringa formata dai simboli 0, 1. Tra tutte le stringhe binarie di lunghezza 7, si determini quante sono quelle:

1. dove occorrono esattamente due simboli 1.
2. dove occorrono esattamente due simboli 1, i quali non occupano posizioni consecutive.
3. che sono palindrome, ovvero sono identiche se lette da destra a sinistra o da sinistra a destra. (Ad esempio, la stringa 0110110 è una stringa palindroma di lunghezza 7.)

Esercizio 4. Si consideri la successione definita ponendo $f_1 = 1$, $f_2 = 1$, $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$. Dimostrare che $2f_n \geq 3n + 4$ per ogni $n \geq 7$.

Esercizio 5.

1. Determinare l'insieme di tutti i numeri interi che divisi per 7 danno come resto 3 e divisi per 5 danno come resto 2. Si stabilisca quanti di questi numeri sono compresi nell'intervallo tra 0 e 1000.

Corso di Laurea in Informatica
Linguaggio e Metodi della Matematica
Prova scritta del 16 Gennaio 2003

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

Firma:

Esercizio 1. Sia $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 2\}$ e sia $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 4\}$. Determinare le cardinalità di $A \times B$ e $B \times A$, e stabilire se è possibile trovare una funzione $f: A \times B \rightarrow B \times A$ che sia:

1. iniettiva ma non surgettiva.
2. surgettiva ma non iniettiva.
3. nè iniettiva nè surgettiva.
4. iniettiva e surgettiva.

Si giustificino le risposte e nei casi di risposta positiva si dia un esempio di funzione con le proprietà richieste.

Esercizio 2. Scriviamo $x|y$ per indicare che l'intero x divide l'intero y . Si determini quali delle seguenti affermazioni è vera nel dominio degli interi.

- | | | | |
|---|---|---|--------------------------------|
| 1. $\forall x \exists y x y$. | 2. $\exists x \exists y x y$. | 3. $\exists x \forall y x y$. | 4. $\forall x \forall y x y$. |
| 5. $\forall x \forall y (x y \vee y x)$. | 6. $\forall x \forall y (x y \wedge y x)$. | 7. $\exists x \forall y (x y \wedge y x)$. | |

Esercizio 3. Una stringa binaria è una stringa formata dai simboli 0, 1. Tra tutte le stringhe binarie di lunghezza 8, si determini quante sono quelle:

1. che sono palindrome, ovvero sono identiche se lette da destra a sinistra o da sinistra a destra. (Ad esempio, la stringa 01100110 è una stringa palindroma di lunghezza 8.)
2. dove occorrono almeno due simboli 0.
3. dove occorrono esattamente due simboli 1, i quali non occupano posizioni consecutive.

Esercizio 4. Si consideri la successione definita ponendo $f_1 = 1$, $f_2 = 1$, $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$. Dimostrare che $3f_n \geq 4n + 2$ per ogni $n \geq 7$.

Esercizio 5.

1. Determinare l'insieme di tutti i numeri interi che divisi per 11 danno come resto 3 e divisi per 3 danno come resto 2. Si stabilisca quanti di questi numeri sono compresi nell'intervallo tra 0 e 800.

Corso di Laurea in Informatica
Linguaggio e Metodi della Matematica
Prova scritta del 16 Gennaio 2003

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

Firma:

Esercizio 1. Sia $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 2\}$ e sia $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 5\}$. Determinare le cardinalità di $A \times B$ e $B \times A$, e stabilire se è possibile trovare una funzione $f: A \times B \rightarrow B \times A$ che sia:

1. surgettiva ma non iniettiva.
2. nè iniettiva nè surgettiva.
3. iniettiva e surgettiva.
4. iniettiva ma non surgettiva.

Si giustificino le risposte e nei casi di risposta positiva si dia un esempio di funzione con le proprietà richieste.

Esercizio 2. Scriviamo $x|y$ per indicare che l'intero x divide l'intero y . Si determini quali delle seguenti affermazioni è vera nel dominio degli interi.

1. $\forall x \forall y x|y$.
2. $\exists x \forall y x|y$.
3. $\exists x \exists y x|y$.
4. $\forall x \exists y x|y$.
5. $\forall x \forall y (x|y \rightarrow y|x)$.
6. $\forall x \exists y (x|y \wedge y|x)$.
7. $\exists x \exists y (x|y \wedge y|x)$.

Esercizio 3. Una stringa binaria è una stringa formata dai simboli 0,1. Tra tutte le stringhe binarie di lunghezza 9, si determini quante sono quelle:

1. dove occorrono esattamente tre simboli 1.
2. che sono palindrome, ovvero sono identiche se lette da destra a sinistra o da sinistra a destra. (Ad esempio, la stringa 011010110 è una stringa palindroma di lunghezza 9.)
3. dove occorrono esattamente due simboli 1, i quali non occupano posizioni consecutive.

Esercizio 4. Si consideri la successione definita ponendo $f_1 = 1$, $f_2 = 1$, $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$. Dimostrare che $4f_n \geq 6n + 3$ per ogni $n \geq 7$.

Esercizio 5.

1. Determinare l'insieme di tutti i numeri interi che divisi per 13 danno come resto 3 e divisi per 3 danno come resto 2. Si stabilisca quanti di questi numeri sono compresi nell'intervallo tra 0 e 900.

Corso di Laurea in Informatica
Linguaggio e Metodi della Matematica
Prova scritta del 16 Gennaio 2003

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

Firma:

Esercizio 1. Sia $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 3\}$ e sia $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 4\}$. Determinare le cardinalità di $A \times B$ e $B \times A$, e stabilire se è possibile trovare una funzione $f: A \times B \rightarrow B \times A$ che sia:

1. iniettiva ma non surgettiva.
2. surgettiva ma non iniettiva.
3. nè iniettiva nè surgettiva.
4. iniettiva e surgettiva.

Si giustificino le risposte e nei casi di risposta positiva si dia un esempio di funzione con le proprietà richieste.

Esercizio 2. Scriviamo $x|y$ per indicare che l'intero x divide l'intero y . Si determini quali delle seguenti affermazioni è vera nel dominio degli interi.

- | | | | |
|--|--|--|-------------------------------|
| 1. $\exists x \exists y x y.$ | 2. $\forall x \exists y x y.$ | 3. $\exists x \forall y x y.$ | 4. $\forall x \forall y x y.$ |
| 5. $\forall x \forall y (x y \vee y x).$ | 6. $\exists x \forall y (x y \wedge y x).$ | 7. $\forall x \forall y (x y \wedge y x).$ | |

Esercizio 3. Una stringa binaria è una stringa formata dai simboli 0, 1. Tra tutte le stringhe binarie di lunghezza 10, si determini quante sono quelle:

1. dove occorrono almeno due simboli 0;
2. dove occorrono esattamente due simboli 0, i quali non occupano posizioni consecutive.
3. che sono palindrome, ovvero sono identiche se lette da destra a sinistra o da sinistra a destra. (Ad esempio, la stringa 0100110010 è una stringa palindroma di lunghezza 10.)

Esercizio 4. Si consideri la successione definita ponendo $f_1 = 1, f_2 = 1, f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$. Dimostrare che $5f_n \geq 7n - 3$ per ogni $n \geq 6$.

Esercizio 5.

1. Determinare l'insieme di tutti i numeri interi che divisi per 11 danno come resto 3 e divisi per 5 danno come resto 2. Si stabilisca quanti di questi numeri sono compresi nell'intervallo tra 0 e 700.