

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

Firma:

E-mail (per eventuali comunicazioni):

Esercizio 1. Siano a, b numeri reali e consideriamo in seguenti insiemi:

1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \geq a \wedge x \geq b\}$;

2. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \geq a \vee x \geq b\}$;

3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \geq a \wedge x < b\}$.

(i) Quali inclusioni tra i tre insiemi sopra elencati valgono per ogni scelta di a, b, c ?

(ii) Quali inclusioni sono certamente false per ogni scelta di a, b, c ?

Esercizio 2. Definiamo per ricorrenza $a_0 = 0, a_1 = 12$ e $a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n$. Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$a_n = 4n3^n.$$

Esercizio 3. Determinare per quali valori del parametro k la congruenza

$$-6x \equiv 20 \pmod{7k}$$

ha soluzione e risolverla per $k = 8$.

Esercizio 4. 30 studenti devono essere distribuiti in 3 classi: classe A, classe B e classe C. Quanti sono in modi di distribuire gli studenti nelle classi supponendo:

1. che ogni classe deve contenere 10 studenti?
2. che ogni classe può contenere un numero qualsiasi di studenti?
3. che ogni classe può contenere un numero qualsiasi di studenti purché diverso da zero?

Esercizio 5. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da:

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } |x| \leq 10, \\ x & \text{se } |x| > 10. \end{cases}$$

Determinare se f è iniettiva, surgettiva, biunivoca.