

Corso di Laurea in Informatica – Linguaggio e Metodi della Matematica  
Prima prova intermedia – 17 Novembre 2004

Cognome e nome: .....  
Numero di matricola: .....  
Corso e Aula: .....  
Firma: .....  
E-mail (per eventuali comunicazioni): .....

**Si ricorda che tutte le risposte devono essere giustificate.**

Una risposta esatta senza giustificazione può valere al massimo 1 punto.  
Buon lavoro.

**Esercizio 1.**

Consideriamo gli insiemi  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  e  $C = \{(a, b) \in A \times B \mid a + b \leq 4\}$ .

1. Contare gli elementi di  $C$ ;
2. Elencare gli elementi dell'insieme  $\{a \in A \mid \exists b \in B (a, b) \in C\}$ ;
3. Stabilire se  $\exists a \in A \forall b \in B (a, b) \in C$ ;
4. Stabilire se esiste una funzione  $f: A \rightarrow B$  il cui grafico sia l'insieme  $C$ .

**Esercizio 2.** Dimostrare che per ogni intero  $n \geq 4$  vale l'uguaglianza

$$\sum_{k=4}^n (3k^2 + k) = n^3 + 2n^2 + n - 48.$$

**Esercizio 3.** Siano  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  e  $g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  le funzioni definite da

$$\begin{aligned} f(m, n) &= 2m + n^3 & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \\ g(m, n) &= 3m + n^2 & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Stabilire se  $f$  e  $g$  sono iniettive e/o surgettive.

**Esercizio 4.** Dati tre insiemi  $A, B, C$  in un universo  $\Omega$ , consideriamo i seguenti insiemi:

$$X = A \cup B \cup C^c; \quad Y = [(A^c \cap B^c) \cap (B \cup C)]^c; \quad Z = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

Dire se – qualunque sia la scelta di  $A, B, C$  – ci sono delle relazioni di inclusione fra gli insiemi  $X, Y, Z$  e anche se, in particolare, ci sono relazioni di uguaglianza.

Corso di Laurea in Informatica – Linguaggio e Metodi della Matematica  
Prima prova intermedia – 17 Novembre 2004

Cognome e nome: .....  
Numero di matricola: .....  
Corso e Aula: .....  
Firma: .....  
E-mail (per eventuali comunicazioni): .....

**Si ricorda che tutte le risposte devono essere giustificate.**

Una risposta esatta senza giustificazione può valere al massimo 1 punto.  
Buon lavoro.

**Esercizio 1.**

Consideriamo gli insiemi  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $C = \{(a, b) \in A \times B \mid a + b \leq 4\}$ .

1. Contare gli elementi di  $C$ ;
2. Elencare gli elementi dell'insieme  $\{b \in B \mid \exists a \in A (a, b) \in C\}$ ;
3. Stabilire se  $\exists b \in B \forall a \in A (a, b) \in C$ ;
4. Stabilire se esiste una funzione  $f: B \rightarrow A$  il cui grafico sia l'insieme  $C$ .

**Esercizio 2.** Dimostrare che per ogni intero  $n \geq 5$  vale l'uguaglianza

$$\sum_{k=5}^n (2k^2 + 2k) = \frac{2}{3}(n^3 + 3n^2 + 2n - 120).$$

**Esercizio 3.** Siano  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  e  $g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  le funzioni definite da

$$\begin{aligned} f(m, n) &= m^3 + 2n & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \\ g(m, n) &= m^2 + 4n & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Stabilire se  $f$  e  $g$  sono iniettive e/o surgettive.

**Esercizio 4.** Dati tre insiemi  $A, B, C$  in un universo  $\Omega$ , consideriamo i seguenti insiemi:

$$X = B \cap C \cap A^c; \quad Y = [(B^c \cup C^c) \cup (A \cap C)]^c; \quad Z = (B \cap C) \cup (A \cap B).$$

Dire se – qualunque sia la scelta di  $A, B, C$  – ci sono delle relazioni di inclusione fra gli insiemi  $X, Y, Z$  e anche se, in particolare, ci sono relazioni di uguaglianza.

Corso di Laurea in Informatica – Linguaggio e Metodi della Matematica  
Prima prova intermedia – 17 Novembre 2004

Cognome e nome: .....  
Numero di matricola: .....  
Corso e Aula: .....  
Firma: .....  
E-mail (per eventuali comunicazioni): .....

**Si ricorda che tutte le risposte devono essere giustificate.**

Una risposta esatta senza giustificazione può valere al massimo 1 punto.  
Buon lavoro.

**Esercizio 1.** Consideriamo gli insiemi  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $C = \{(a, b) \in A \times B \mid a + b \leq 5\}$ .

1. Contare gli elementi di  $C$ ;
2. Elencare gli elementi dell'insieme  $\{a \in A \mid \exists b \in B (a, b) \in C\}$ ;
3. Stabilire se  $\exists a \in A \forall b \in B (a, b) \in C$ ;
4. Stabilire se esiste una funzione  $f: A \rightarrow B$  il cui grafico sia l'insieme  $C$ .

**Esercizio 2.** Dimostrare che per ogni intero  $n \geq 4$  vale l'uguaglianza

$$\sum_{k=4}^n (3k^2 - k) = n^3 + n^2 - 36.$$

**Esercizio 3.** Siano  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  e  $g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  le funzioni definite da

$$\begin{aligned} f(m, n) &= 2m + n^2 & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \\ g(m, n) &= 3m + n^3 & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Stabilire se  $f$  e  $g$  sono iniettive e/o surgettive.

**Esercizio 4.** Dati tre insiemi  $A, B, C$  in un universo  $\Omega$ , consideriamo i seguenti insiemi:

$$X = A \cap C \cap B^c; \quad Y = [(A^c \cup C^c) \cup (B \cap C)]^c; \quad Z = (A \cap C) \cup (A \cap B).$$

Dire se – qualunque sia la scelta di  $A, B, C$  – ci sono delle relazioni di inclusione fra gli insiemi  $X, Y, Z$  e anche se, in particolare, ci sono relazioni di uguaglianza.

Corso di Laurea in Informatica – Linguaggio e Metodi della Matematica  
Prima prova intermedia – 17 Novembre 2004

Cognome e nome: .....  
Numero di matricola: .....  
Corso e Aula: .....  
Firma: .....  
E-mail (per eventuali comunicazioni): .....

**Si ricorda che tutte le risposte devono essere giustificate.**

Una risposta esatta senza giustificazione può valere al massimo 1 punto.  
Buon lavoro.

**Esercizio 1.** Consideriamo gli insiemi  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $C = \{(a, b) \in A \times B \mid a + b \leq 5\}$ .

1. Contare gli elementi di  $C$ ;
2. Elencare gli elementi dell'insieme  $\{b \in B \mid \exists a \in A (a, b) \in C\}$ ;
3. Stabilire se  $\exists b \in B \forall a \in A (a, b) \in C$ ;
4. Stabilire se esiste una funzione  $f: B \rightarrow A$  il cui grafico sia l'insieme  $C$ .

**Esercizio 2.** Dimostrare che per ogni intero  $n \geq 5$  vale l'uguaglianza

$$\sum_{k=5}^n (2k^2 - 2k) = \frac{2}{3}(n^3 - n - 60)$$

**Esercizio 3.** Siano  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  e  $g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  le funzioni definite da

$$\begin{aligned} f(m, n) &= m^2 + 2n & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \\ g(m, n) &= m^3 + 4n & \forall (m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Stabilire se  $f$  e  $g$  sono iniettive e/o surgettive.

**Esercizio 4.** Dati tre insiemi  $A, B, C$  in un universo  $\Omega$ , consideriamo i seguenti insiemi:

$$X = A \cup C \cup B^c; \quad Y = [(A^c \cap C^c) \cap (B \cup C)]^c; \quad Z = (A \cup C) \cap (A \cup B).$$

Dire se – qualunque sia la scelta di  $A, B, C$  – ci sono delle relazioni di inclusione fra gli insiemi  $X, Y, Z$  e anche se, in particolare, ci sono relazioni di uguaglianza.