

Cognome e nome: .....  
Numero di matricola: .....  
Corso e Aula: .....  
Firma: .....  
E-mail (per eventuali comunicazioni): .....

**Non si può usare la calcolatrice.**

**Esercizio 1.**

1. Si trovi una formula proposizionale equivalente ad  $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow C$  che non utilizzi il simbolo di negazione.
2. Si trovi una formula proposizionale  $\varphi$  nelle variabili  $A, B, C$  con la seguente tavola di verità:

A	B	C	$\varphi$
F	F	F	F
F	F	V	V
F	V	F	F
F	V	V	V
V	F	F	F
V	F	V	F
V	V	F	V
V	V	V	V

**Esercizio 2.** Trovare tutte le soluzioni della congruenza  $9x \equiv 3^{15} \pmod{17}$ .

**Esercizio 3.** Definiamo  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  ponendo

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & \text{se } x \text{ è un quadrato,} \\ 2x + 1 & \text{se } x \text{ non è un quadrato} \end{cases}$$

Determinare se  $f$  è iniettiva, surgettiva, biunivoca.

**Esercizio 4.** Una gelateria ha 20 gusti di gelato, di cui 12 alla frutta.

1. Quanti modi ci sono di scegliere un gelato di 3 gusti, di cui 2 alla frutta?
2. Quanti modi ci sono di scegliere un gelato di 4 gusti, di cui almeno due alla frutta?
3. Quanti modi ci sono di scegliere un gelato di 4 gusti, di cui almeno due alla frutta, supponendo che limone e fiordilatte non possano andare insieme?

**Esercizio 5.** Sia  $a_n$  la successione definita per ricorrenza come segue:

$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n a_{n-1} - 2 & \text{per } n \geq 1. \end{cases}$$

Dimostrare che  $3^n + 1 \leq a_n \leq 3^{2^n}$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .