

**Informatica – LMM**  
A.A. 2006/07 - Primo appello, 9 gennaio 2007

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 2 ore; puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare un foglio protocollo per ogni esercizio; se un esercizio non viene svolto, consegna un foglio protocollo con scritto “esercizio  $n$  non svolto”.**

**Esercizio 1** Sia  $P = \mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$  l'insieme delle parti di  $\{1, 2, 3\}$ .

1. Elencare gli elementi di  $P$  e dire quanti sono.
2. Stabilire se  $\forall X, Y \in P (X \subseteq Y \vee Y \subseteq X)$ .
3. Stabilire se  $\exists X, Y \in P (X \subseteq Y \vee Y \subseteq X)$ .
4. Stabilire se  $\forall X \in P \exists Y \in P (X \cup Y = \{1, 2, 3\} \wedge X \cap Y = \emptyset)$ .
5. Stabilire se  $\exists X \in P \forall Y \in P (X \cup Y = \{1, 2, 3\} \wedge X \cap Y = \emptyset)$ .
6. Stabilire se  $\exists X \in P \forall Y \in P (X \cup Y = \{1, 2, 3\} \vee X \cap Y = \emptyset)$ .

**Esercizio 2** a) Trovare l'insieme delle soluzioni della congruenza lineare:

$$327x \equiv 416 \pmod{52}$$

b) Sia  $\mathbb{N}_{52}$  l'insieme dei numeri interi  $x$  tali che  $0 \leq x < 52$  (0 incluso, 52 escluso). Dire se la funzione  $f : \mathbb{N}_{52} \rightarrow \mathbb{N}_{52}$  data da

$$f(x) = \text{Il resto della divisione di } 15x \text{ per } 52$$

è iniettiva, surgettiva, bigettiva.

**Esercizio 3** In una targa automobilistica compaiono due lettere, poi tre cifre e poi di nuovo due lettere, tipo: AX 456 TK. Sono ammesse le ripetizioni, le lettere sono scelte da un alfabeto di 26 lettere, le cifre possibili sono 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

- a) Quante sono tutte le possibili targhe?
- b) Quante sono le targhe in cui c'è una lettera che compare esattamente tre volte?
- c) Quante sono le targhe in cui c'è almeno una lettera che compare almeno due volte?
- d) Quante sono le targhe in cui le cifre pari che compaiono sono di più delle cifre dispari?

**Esercizio 4**

Consideriamo la successione dei numeri di Fibonacci  $F_n$  ( $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ ) così definita:  $F_1 = 1, F_2 = 1$  e, per ogni  $n \geq 3, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

- a) Dimostrare che 2 non divide mai due numeri di Fibonacci consecutivi.
- b) Dimostrare che il massimo comun divisore di due numeri di Fibonacci consecutivi è sempre 1.