

Informatica – LMM

A.A. 2006/07 - Terzo appello, data 7 Giugno, 2007

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 2 ore; puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare un foglio protocollo per ogni esercizio;**
se un esercizio non viene svolto, consegna un foglio protocollo con scritto “esercizio n non svolto”.

Esercizio 1

Si definisca una successione tramite la regola $a_0 = 4, a_{n+1} = a_n + 2n + 3$. Si trovino degli interi b, c tali che per ogni n si abbia $a_n = n^2 + bn + c$, e si verifichi tale uguaglianza per induzione.

Soluzione: $a_n = n^2 + 2n + 4$.

Esercizio 2

Si trovino degli insiemi A, B, C di numeri naturali che verifichino entrambe le seguenti condizioni:

1. $A \cap B \cap \overline{C}$ ha tre elementi,
2. $(A \cup B \cup C) \cap \overline{(A \cap B \cap C)}$ ha dieci elementi.

Soluzione: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, B = \{1, 2, 3\}, C = \emptyset$.

Esercizio 3

a) Risolvere la congruenza

$$5920x \equiv 160 \pmod{504}$$

Soluzione: $x \equiv 46 \pmod{63}$.

b) Per quali valori del numero intero positivo m la congruenza

$$5920x \equiv 160 \pmod{56m}$$

ammette soluzione ?

Soluzione: per gli m che non sono multipli né di 5^2 né di 37.

Esercizio 4

In una gelateria ci sono 10 gusti di gelato con cioccolato, 10 gusti di gelato alla crema e 10 gusti di gelato alla frutta.

a) Quanti diversi coni con quattro gusti si possono preparare ?

Soluzione: $\binom{30}{4}$.

c) Quanti coni con quattro gusti non tutti dello stesso tipo si possono preparare ?

Soluzione: $\binom{30}{4} - 3\binom{10}{4}$. Dal totale tolgo quelli in cui i quattro gusti scelti sono tutti dello stesso tipo. (Il coefficiente 3 si spiega con il fatto che ci sono 3 modi di scegliere il tipo.)

b) Quanti diversi coni con quattro gusti di cui almeno uno di crema, almeno uno di cioccolato e almeno uno di frutta si possono preparare ?

Soluzione: $3 \cdot 10^2 \cdot \binom{10}{2}$.

Nota: Ci sono anche altri modi di presentare la soluzione. Per controllare che la vostra soluzione coincida con la nostra svolgete i calcoli.