

**Informatica – LMM**

A.A. 2006/07 - Quarto appello, 27 Giugno, 2007

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio: "esercizio  $n$  non svolto".

**Esercizio 1.** Trovare il più piccolo intero positivo  $n_0$  tale che la seguente disuguaglianza sia vera, e la si dimostri per induzione per ogni intero  $n \geq n_0$ :

$$1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 \geq 2 \cdot (1 + 2^2 + \dots + n^2)$$

**Esercizio 2.** Stabilire quali dei seguenti enunciati siano veri e quali siano falsi in  $\mathbb{Z}$ . Stabilire inoltre quali siano veri e quali siano falsi in  $\mathbb{N}$ .

- (1)  $\exists x \exists y \exists z x > y + z$     (2)  $\exists x \exists y \forall z x > y + z$     (3)  $\forall x \forall y \exists z x > y + z$     (4)  $\exists x \forall y \exists z x > y + z$   
(5)  $\exists x \forall y \forall z x > y + z$     (6)  $\forall x \exists y \exists z x > y + z$     (7)  $\forall x \forall y \forall z x > y + z$     (8)  $\forall x \exists y \forall z x > y + z$

**Esercizio 3.**

- a) Trovare tutti gli interi  $x$  che soddisfano la congruenza:

$$1386x \equiv 1890 \pmod{294}$$

- b) Trovare tutti gli interi  $y$  che soddisfano la congruenza:

$$1386y^2 \equiv 1890 \pmod{294}$$

- Facoltativo/sfida: Indicare tutti gli  $n$  (se esistono) tali che l'equazione  $1386y^n \equiv 1890 \pmod{294}$  non ammette soluzione.

**Esercizio 4.** Dobbiamo distribuire i numeri naturali che appartengono a  $\mathbb{N}_{64} = \{1, 2, 3, \dots, 64\}$  su una scacchiera  $8 \times 8$ .

- In quanti modi diversi possiamo farlo ?
- In quanti modi diversi possiamo farlo se vogliamo che i numeri dispari stiano tutti su caselle dello stesso colore ?
- In quanti modi diversi possiamo farlo se vogliamo che tutti i multipli di 4 stiano su caselle nere ?
- In quanti modi diversi possiamo farlo se vogliamo che ogni colonna contenga esattamente 4 dispari ?