

Informatica – LMM

A.A. 2006/07 - Quarto appello, 27 Giugno, 2007

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio: "esercizio n non svolto".

Esercizio 1. Trovare il più piccolo intero positivo n_0 tale che la seguente disuguaglianza sia vera, e la si dimostri per induzione per ogni intero $n \geq n_0$:

$$1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 \geq 2 \cdot (1 + 2^2 + \dots + n^2)$$

Esercizio 2. Stabilire quali dei seguenti enunciati siano veri e quali siano falsi in \mathbb{Z} . Stabilire inoltre quali siano veri e quali siano falsi in \mathbb{N} .

- (1) $\exists x \forall y \forall z x > y + z$ (2) $\forall x \exists y \exists z x > y + z$ (3) $\forall x \forall y \forall z x > y + z$ (4) $\exists x \forall y \exists z x > y + z$
(5) $\exists x \exists y \exists z x > y + z$ (6) $\forall x \exists y \forall z x > y + z$ (7) $\forall x \forall y \exists z x > y + z$ (8) $\exists x \exists y \forall z x > y + z$

Esercizio 3.

- a) Trovare tutti gli interi x che soddisfano la congruenza:

$$1386x \equiv 1890 \pmod{294}$$

- b) Trovare tutti gli interi y che soddisfano la congruenza:

$$1386y^2 \equiv 1890 \pmod{294}$$

- Facoltativo/sfida: Indicare tutti gli n (se esistono) tali che l'equazione $1386y^n \equiv 1890 \pmod{294}$ non ammette soluzione.

Esercizio 4. Dobbiamo distribuire i numeri naturali che appartengono a $\mathbb{N}_{64} = \{1, 2, 3, \dots, 64\}$ su una scacchiera 8×8 .

- In quanti modi diversi possiamo farlo ?
- In quanti modi diversi possiamo farlo se vogliamo che i numeri dispari stiano tutti su caselle dello stesso colore ?
- In quanti modi diversi possiamo farlo se vogliamo che tutti i multipli di 4 stiano su caselle nere ?
- In quanti modi diversi possiamo farlo se vogliamo che ogni colonna contenga esattamente 4 dispari ?