

**Informatica – LMM**

A.A. 2006/07 - Sesto appello, 12 Settembre 2007

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio: "esercizio  $n$  non svolto".

**Esercizio 1.**

Siano  $D, U, I$  tre predicati e supponiamo che:

a)  $\exists x(D(x) \wedge U(x))$

b)  $\forall x(U(x) \rightarrow I(x))$

Dire quali delle seguenti affermazioni se ne possono dedurre:

$$\begin{aligned} &\forall x(I(x) \rightarrow U(x)) \\ &\exists x(D(x) \wedge I(x)) \\ &\forall x(D(x) \rightarrow I(x)) \end{aligned}$$

(Giustificare sia le risposte positive che quelle negative)

**Esercizio 2.** Ad una gara di ciclismo sono presenti 20 squadre di 9 corridori ciascuna. Si vogliono scegliere 22 corridori per un controllo antidoping preventivo:

- in quanti diversi modi si può scegliere il gruppo di corridori da controllare ?
- in quanti diversi modi si può scegliere il gruppo di corridori da controllare se si vuole controllare almeno un corridore per squadra ?
- in quanti diversi modi si può scegliere il gruppo di corridori da controllare se si vuole che ci sia una e una sola squadra della quale sono chiamati al controllo tutti i corridori ?

**Esercizio 3.**

Dire se le due funzioni seguenti sono iniettive, surgettive, bigettive:

- $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  $f((0, 0)) = 0$  e

$$f((x, y)) = MCD(x, y) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} - \{(0, 0)\}$$

- $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  tale che  $g((0, 0)) = 0$  e

$$g((x, y)) = x + y + MCD(x, y) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} - \{(0, 0)\}$$

**Esercizio 4.** Trovare il più piccolo intero positivo  $n_0$  tale che la disuguaglianza

$$\sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \geq n^2 + 3n$$

sia valida per tutti gli interi  $n \geq n_0$  e dimostrare questo fatto per induzione.