

Informatica – LMM
A.A. 2007/08 - Primo Appello, 10 Gennaio 2008

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; NON puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio: "esercizio n non svolto".

Esercizio 1. Dati due insiemi A, B la loro differenza simmetrica $A\Delta B$ è definita da:

$$A\Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

1. Dimostrare che $(A\Delta B)\Delta C = A\Delta(B\Delta C)$ (Quindi possiamo omettere le parentesi senza rischio di ambiguità).
2. Semplificare le espressioni
 - (i) $A \Delta A$,
 - (ii) $A \Delta B \Delta A \Delta B \Delta B$,
 - (iii) $A \Delta B \Delta A \Delta A \Delta B \Delta B$.
3. Supponendo che $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$, elencare gli elementi degli insiemi (i), (ii) e (iii) sopra definiti.

Esercizio 2. a) Trovare tutte le soluzioni della congruenza

$$546x \equiv 442 \quad (260)$$

b) Trovare tutte le soluzioni della congruenza

$$7x \equiv -46 \quad (58)$$

c) Esistono soluzioni comuni alle due equazioni ?

Esercizio 3.

Siano $\mathbb{N}_{15} = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 15\}$ ed $\mathbb{N}_{20} = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 20\}$.

- a) Quante sono le funzioni $f : \mathbb{N}_{15} \rightarrow \mathbb{N}_{20}$ che mandano elementi pari di \mathbb{N}_{15} in elementi pari di \mathbb{N}_{20} ?
- b) Quante sono le funzioni iniettive $g : \mathbb{N}_{15} \rightarrow \mathbb{N}_{20}$ che mandano elementi pari di \mathbb{N}_{15} in elementi pari di \mathbb{N}_{20} ?
- c) Quante sono le funzioni $h : \mathbb{N}_{15} \rightarrow \mathbb{N}_{20}$ che mandano almeno un elemento pari di \mathbb{N}_{15} in un elemento dispari di \mathbb{N}_{20} ?

Esercizio 4.

Consideriamo la successione definita per ricorrenza da $a_0 = 8, a_1 = -1$ e, per ogni numero intero $n \geq 2$, dalla regola:

$$a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2}$$

- a) Scrivere i primi 4 termini della successione.
- b) Dimostrare che se n è pari allora a_n è positivo, se n è dispari allora a_n è negativo.
- c) Determinare se esistono degli interi a, b tali che per ogni $n \in \mathbb{N}$:

$$a_n = a(-2)^n + b$$