

Informatica – LMM
A.A. 2007/08 - Sesto appello, 4 settembre 2008

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; non si possono consultare né libri né appunti e non si possono usare calcolatrici; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio "esercizio n non svolto".

Esercizio 1

- a) Dati due numeri reali a, b compresi strettamente tra 0 e 1 si dimostri che

$$(1 - a)(1 - b) > 1 - a - b$$

- b) Più in generale, dato $n \geq 2$ e dati n numeri reali a_1, a_2, \dots, a_n strettamente maggiori di zero e strettamente minori di uno, si dimostri per induzione che $(1 - a_1)(1 - a_2) \cdot \dots \cdot (1 - a_n) > 1 - a_1 - a_2 - \dots - a_n$.

Esercizio 2

- a) Trovare tutte le soluzioni della congruenza

$$396x \equiv 234 \pmod{1050}$$

- b) Per quali valori dell'intero k la congruenza

$$396x \equiv 234 \pmod{105 \cdot k}$$

ha soluzione?

Esercizio 3

- a) Trovare il coefficiente di x^3y^4 in $(2x - 4y)^7$.
- b) Consideriamo le variabili x, y, z, t e i monomi del tipo $x^a y^b z^c t^d$, dove a, b, c, d sono dei numeri naturali; il grado del monomio è $a + b + c + d$. Quanti distinti monomi di grado 4 si possono formare? (In altre parole, quante sono le quadruple (a, b, c, d) tali che $a + b + c + d = 4$?)
- c) E quanti monomi di grado 30 si possono formare?

Esercizio 4

Si considerino gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

1) Esibire un sottoinsieme di $A \times B$ che sia il grafico di una funzione iniettiva da A a B . Esibire un sottoinsieme di $A \times B$ che sia il grafico di una funzione non iniettiva da A a B . Esibire un sottoinsieme di $A \times B$ che non sia il grafico di una funzione.

2) Data una funzione $f : A \rightarrow B$ e una funzione $g : B \rightarrow A$, è possibile che $g \circ f$ sia iniettiva? E che sia surgettiva? Stesse domande per la funzione $f \circ g$.