

Informatica – LMM

A.A. 2007/08 - Secondo Compitino, 4 Febbraio 2009

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- NON si possono consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivere chiaramente sul foglio: "esercizio n non svolto".

Esercizio 1. Si trovino degli insiemi A, B, C di numeri naturali che verificano tutte le seguenti condizioni:

1. $A \cap B \cap C^c$ ha quattro elementi,
2. $(A \cup B \cup C) \cap (A \cap B \cap C)^c$ ha otto elementi,
3. C ha 7 elementi.

Esercizio 2. Determinare l'insieme di tutte le soluzioni intere dell'equazione:

$$120x + 693y = 51$$

Dimostrare che, per ogni coppia (X, Y) che risolve l'equazione, vale $X \equiv 2 \pmod{3}$.

Per ciascun valore intero di r con $0 \leq r < 3$, stabilire se esiste una coppia (X, Y) che risolve l'equazione e tale che $Y \equiv r \pmod{3}$.

Esercizio 3.

- a) Ho due torri, una bianca e una nera. In quanti modi posso piazzarle su una scacchiera 8×8 ?
- b) Ho quattro torri, due bianche e due nere. In quanti modi posso piazzarle su una scacchiera 8×8 ?
- c) Ogni casella di una scacchiera 8×8 è coperta da una torre (o bianca o nera). In quanti modi diversi può accadere?
- d) Dispongo i torri bianche su una scacchiera 8×8 (con $0 \leq i \leq 64$). Poi dispongo j torri nere sulla scacchiera (con $0 \leq j \leq 64 - i$). Considerando tutte le scelte di i e di j , quante diverse disposizioni sulla scacchiera posso ottenere?

Esercizio 4. Trovare tutti i numeri naturali positivi n tali che

$$n! \geq 8n^2$$