

Informatica – LMM
A.A. 2007/08 - Prova scritta del 14 Gen. 2009

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- NON si possono consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivere chiaramente sul foglio: "esercizio n non svolto".

Esercizio 1. Si considerino i seguenti insiemi:

- $A = \{n \mid \exists k \in \mathbb{N} \ k \leq 5 \wedge n = 4k - 2\}$;
- $B = \{2n + 3 \mid n \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq n \leq 6\}$;
- $C = \{(1, 13), (6, 13), (3, 3), (6, 7), (1, 9), (0, 3), (18, 15)\}$.

1. Elencare gli elementi di A e di B ;
2. Stabilire se è vero o falso che l'intersezione $(A \times B) \cap (B \times A)$ è vuota;
3. Elencare gli elementi di $D = \{b \in B \mid \exists a \in A \ (a, b) \in C\}$.

Esercizio 2. Determinare l'insieme di tutte le soluzioni intere dell'equazione:

$$2604x \equiv 224 \pmod{455}$$

Esercizio 3.

Sia X l'insieme dei numeri naturali x tali che $1000000 \leq x \leq 9999999$.

- a) Quanti sono gli elementi di X che (in base 10) si scrivono utilizzando 7 cifre distinte?
- b) Quanti sono gli elementi di X che si scrivono utilizzando 7 cifre distinte e in cui le cifre appaiono in ordine strettamente crescente da sinistra a destra ?
- c) Siano $P = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ e $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ gli insiemi rispettivamente delle cifre pari e delle cifre dispari. Quanti sono gli elementi di X la cui scrittura in base 10 contiene delle cifre pari in almeno 4 posizioni?

Esercizio 4. Si dimostri per induzione che per ogni intero $n \geq 1$ si ha

$$\frac{1}{4}n^4 < \sum_{i=1}^n i^3$$