

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Linguaggio e Metodi della Matematica:**  
**Prova scritta del 10 luglio 2002**

COGNOME E NOME

MATRICOLA

CORSO

AULA

**Firma**

**NOTA:** Le risposte vanno giustificate.

**Esercizio 1.** Usando le notazioni logiche e le operazioni aritmetiche di somma, prodotto ed elevamento a potenza, si trovi una espressione della forma  $\{x \mid P(x)\}$  che denoti l'insieme dei numeri naturali maggiori di uno che sono potenza di un numero primo (si ricordi che una potenza di un primo è un numero della forma  $p^n$ , con  $p$  primo).

**Esercizio 2.** Elencare tutti i numeri naturali minori di 20 che appartengono all'insieme

$$\{x \mid x > 4 \rightarrow \forall y[(\exists k(yk = x) \wedge y \text{ è primo}) \rightarrow y \leq 5]\}.$$

**Esercizio 3.** Sia  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  la funzione definita nel modo seguente.

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \\ \frac{n}{5} & \text{se } n \text{ non è pari ed è multiplo di 5} \\ n & \text{se } n \text{ non è pari e non è multiplo di 5} \end{cases}$$

Stabilire se  $f$  è iniettiva, surgettiva, biunivoca.

**Esercizio 4.** Si consideri l'insieme  $X = \{1, 2, \dots, 1000\}$ .

1. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che non contengono la cifra 9?
2. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che sono divisibili per 3 ma non per 4?
3. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che sono divisibili per almeno uno dei numeri 6 e 9?

**Esercizio 5.** Determinare per quali valori dell'intero  $n$  la congruenza

$$504x \equiv 551n \pmod{91}$$

ha soluzione, e risolverla per  $n = 14$ .

**Esercizio 6.** Sia  $f_n$  la successione definita per ricorrenza ponendo  $f_0 = 0$ ,  $f_{n+1} = f_n^2 + 1$ ; determinare  $N$  tale che la seguente formula

$$\forall n(n \geq N \rightarrow f_n > 2^n)$$

sia vera per i numeri naturali, e dimostrarla.

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Linguaggio e Metodi della Matematica:**  
**Prova scritta del 10 luglio 2002**

COGNOME E NOME

MATRICOLA

CORSO

AULA

**Firma**

**NOTA:** Le risposte vanno giustificate.

**Esercizio 1.** Usando le notazioni logiche e le operazioni aritmetiche di somma, prodotto ed elevamento a potenza, si trovi una espressione della forma  $\{x \mid P(x)\}$  che denoti l'insieme dei numeri naturali maggiori di uno che sono potenza di un numero primo (si ricordi che una potenza di un primo è un numero della forma  $p^n$ , con  $p$  primo).

**Esercizio 2.** Elencare tutti i numeri naturali minori di 50 che appartengono all'insieme

$$\{x \mid x > 4 \rightarrow \forall y[(\exists k(yk = x) \wedge y \text{ è primo}) \rightarrow y \geq 7]\}$$

**Esercizio 3.** Sia  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  la funzione definita nel modo seguente.

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \\ \frac{n}{3} & \text{se } n \text{ non è pari ed è multiplo di } 3 \\ n & \text{se } n \text{ non è pari e non è multiplo di } 3 \end{cases}$$

Stabilire se  $f$  è iniettiva, surgettiva, biunivoca.

**Esercizio 4.** Si consideri l'insieme  $X = \{1, 2, \dots, 1000\}$ .

1. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che contengono la cifra 9?
2. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che sono divisibili per 4 ma non per 3?
3. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che non sono divisibili né per 4 né per 6?

**Esercizio 5.** Determinare per quali valori dell'intero  $n$  la congruenza

$$579x \equiv 521n \pmod{51}$$

ha soluzione, e risolverla per  $n = 15$ .

**Esercizio 6.**

Sia  $f_n$  la successione definita per ricorrenza ponendo  $f_0 = 1$ ,  $f_{n+1} = f_n^2 + 1$ ; determinare  $N$  tale che la seguente formula

$$\forall n(n \geq N \rightarrow f_n > 3^n)$$

sia vera per i numeri naturali, e dimostrarla.

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Linguaggio e Metodi della Matematica:**  
**Prova scritta del 10 luglio 2002**

COGNOME E NOME

MATRICOLA

CORSO

AULA

**Firma**

**NOTA:** Le risposte vanno giustificate.

**Esercizio 1.** Usando le notazioni logiche e le operazioni aritmetiche di somma, prodotto ed elevamento a potenza, si trovi una espressione della forma  $\{x \mid P(x)\}$  che denoti l'insieme dei numeri naturali maggiori di uno che *non* sono potenza di un numero primo (si ricordi che una potenza di un primo è un numero della forma  $p^n$ , con  $p$  primo).

**Esercizio 2.** Elencare tutti i numeri naturali minori di 50 che appartengono all'insieme

$$\{x \mid x > 6 \rightarrow \forall y[(\exists k(yk = x) \wedge y \text{ è primo}) \rightarrow y \geq 5]\}$$

**Esercizio 3.** Sia  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  la funzione definita nel modo seguente.

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \\ \frac{n}{7} & \text{se } n \text{ non è pari ed è multiplo di } 7 \\ n & \text{se } n \text{ non è pari e non è multiplo di } 7 \end{cases}$$

Stabilire se  $f$  è iniettiva, surgettiva, biunivoca.

**Esercizio 4.** Si consideri l'insieme  $X = \{1.2. \dots, 1000\}$ .

1. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che non contengono la cifra 5?
2. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che sono divisibili per 6 ma non per 5?
3. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che sono divisibili o per 8 o per 12?

**Esercizio 5.** Determinare per quali valori dell'intero  $n$  la congruenza

$$448x \equiv 552n \pmod{77}$$

ha soluzione, e risolverla per  $n = 14$ .

**Esercizio 6.**

Sia  $f_n$  la successione definita per ricorrenza ponendo  $f_0 = 2$ ,  $f_{n+1} = f_n^2 - 1$ ; determinare  $N$  tale che la seguente formula

$$\forall n(n \geq N \rightarrow f_n > 4^n)$$

sia vera per i numeri naturali, e dimostrarla.

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Linguaggio e Metodi della Matematica:**  
**Prova scritta del 10 luglio 2002**

COGNOME E NOME

MATRICOLA

CORSO

AULA

**Firma**

**NOTA:** Le risposte vanno giustificate.

**Esercizio 1.** Usando le notazioni logiche e le operazioni aritmetiche di somma, prodotto ed elevamento a potenza, si trovi una espressione della forma  $\{x \mid P(x)\}$  che denoti l'insieme dei numeri naturali maggiori di uno che *non* sono potenza di un numero primo (si ricordi che una potenza di un primo è un numero della forma  $p^n$ , con  $p$  primo).

**Esercizio 2.** Elencare tutti i numeri naturali minori di 30 che appartengono all'insieme

$$\{x \mid x > 5 \rightarrow \forall y[(\exists k(yk = x) \wedge y \text{ è primo}) \rightarrow y \leq 7]\}$$

**Esercizio 3.** Sia  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  la funzione definita nel modo seguente.

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \\ \frac{n}{1} & \text{se } n \text{ non è pari ed è multiplo di 11} \\ n & \text{se } n \text{ non è pari e non è multiplo di 11} \end{cases}$$

Stabilire se  $f$  è iniettiva, surgettiva, biunivoca.

**Esercizio 4.** Si consideri l'insieme  $X = \{1, 2, \dots, 1000\}$ .

1. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che non contengono la cifra 5?
2. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che sono divisibili per 5 ma non per 6?
3. Quanti sono i numeri dell'insieme  $X$  che non sono divisibili né per 6 né per 8?

**Esercizio 5.** Determinare per quali valori dell'intero  $n$  la congruenza

$$462x \equiv 548n \pmod{39}$$

ha soluzione, e risolverla per  $n = 12$ .

**Esercizio 6.**

Sia  $f_n$  la successione definita per ricorrenza ponendo  $f_0 = 1$ ,  $f_{n+1} = f_n^2 + 1$ ; determinare  $N$  tale che la seguente formula

$$\forall n(n \geq N \rightarrow f_n > 2^{n+1})$$

sia vera per i numeri naturali, e dimostrarla.