Matrici

$$\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+2y=11 \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{cc|c} +1 & -2 & 1 \\ +3 & +2 & 11 \end{array}\right]$$

Si riscrive usando soltanto i coefficienti. Si usa la sbarra per differenziare gli scalari

oppure

$$\begin{bmatrix} +1 & -2 \\ +3 & +2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Teorema

Le mosse di riga non alterano l'insieme delle soluzioni

Dim = $\begin{cases} A=B \\ C=D \end{cases} \xleftrightarrow{R_2-3R_1} \begin{cases} A=B \\ C-3A=D-3B \end{cases}$

$\longrightarrow$

$\longleftarrow$ perché $A=B$ quindi $C-\cancel{3}A = D-\cancel{3}A$ $\square$

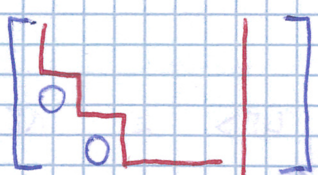
Dimostrazione sul libro (orale)

Esempi: 3x3

$$\begin{cases} 2x+4y-2z=2 \\ 4x+9y-3z=8 \\ -2x-3y+7z=10 \end{cases} \quad \text{in matrice} \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -2 & 2 \\ 4 & 9 & -3 & 8 \\ -2 & -3 & 7 & 10 \end{array}\right]$$

*

con mosse di riga



pivot

* $\longleftrightarrow$

$R_2-2R_1 \rightarrow$, $R_3+R_1 \rightarrow$ $\begin{cases} 2x+4y-2z=2 \\ 0+y+z=4 \\ 0+y+5z=12 \end{cases} = \begin{cases} 2x+4y-2z=2 \\ y+z=4 \\ y+5z=12 \end{cases}$ *

* R_3-R_2 $\begin{cases} 2x+4y-2z=2 \\ y+z=4 \\ 0+4z=8 \end{cases} = \begin{cases} 2x+4y-2z=2 \\ y+z=4 \\ z=4 \end{cases}$ $\quad \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{array}\right]$

come risolvere?

Sostituzione all'indietro

$z=2$ sostituisco in R_2 quindi $y+2=4 \rightarrow y=2$ quindi sostituisco $z=2$, $y=2$ in R_1 quindi $2x+8-4=2 \rightarrow x=-1$

Quindi come soluzione avremo $(x,y,z) = (-1,2,2)$

~~ESERCITAZIONE~~

MATRICI

È UNA DISPOSIZIONE DI NUMERI FORMATA DA m RIGHE, k COLONNE

$$\text{MATRICE} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mk} \end{bmatrix} \leftarrow (a_{ij}) \quad i \leq m,\ j \leq k$$

$mat_{m \cdot k}$

PRODOTTO TRA MATRICI

$$Mat_{m \cdot k} \times Mat_{k \cdot n} = Mat_{m \cdot n}$$

$$Mat_{3 \cdot 2} \times Mat_{2 \cdot 7} = Mat_{3 \cdot 7}$$

ESEMPIO = $Mat_{3 \cdot 1}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ v vettore colonna

$Mat_{1 \cdot 3}$ $(1, 2, 4)$ w vettore riga

$$w \cdot v = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 2 + 6 + 4 = 12$$

$Mat_{1 \cdot 1}$

~~$v \cdot w = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 + 2 + 4 = 2 + 4 + 8 + 3 + 6 + 4 + 1 + 2 + 4 = 34$~~

ORTOGONALITÀ

TRASPONDERE = METTERE IN VERTICALE

$$(-1, 2)^T = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{QUINDI MOLTIPLICO}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} (2, 1) = -2 + 2 = 0$$

OSS = DUE VETTORI SONO PERPENDICOLARI SSE IL LORO PRODOTTO FA $\emptyset$

ORTOGONALI

PRODOTTO SCALARE

$$\langle v, w \rangle = v \text{ in riga} \times w \text{ in colonna} = \cos(\theta) \cdot \|v\| \cdot \|w\|$$

OSS = SE HO PIÙ VARIABILI CHE EQUAZIONI HO INFINITE SOLUZIONI!