TEORIA DAL LIBRO

MATRICI

È UN UTILE RAPPRESENTAZIONE DELLE APPLICAZIONI LINEARI TRAMITE QUESTI "OGGETTI".

- SOMMA $M_1 + M_2$ $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5&6\\7&8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&8\\10&12\end{pmatrix}$
- MOLTIPLICAZIONE $k\cdot M$ $3\begin{pmatrix}1&2\\0&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&6\\0&12\end{pmatrix}$
- MOLTIPLICAZIONE $M_1\cdot M_2$ $\begin{pmatrix}1&2&4\\0&6&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&2&2\\5&6&-8\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12&18&-14\\30&39&-48\end{pmatrix}$

FORMULA MOLTIPLICAZIONE: $\sum_{j=1}^{k} a_{ij}\cdot b_{jl} = c_{il}$

QUINDI IL 3° PUNTO =

$C_{11} = a_{11}\cdot b_{11} + a_{12}\cdot b_{21} + a_{13}\cdot b_{31} = 1\cdot 2 + 2\cdot 5 + 4\cdot 0 = 12$

$C_{12} = a_{11}\cdot b_{12} + a_{12}\cdot b_{22} + a_{13}\cdot b_{32} = 1\cdot 2 + 2\cdot 6 + 4\cdot 1 = 2+12+4 = 18$

$\vdots$

$C_{23} = a_{21}\cdot b_{13} + a_{22}\cdot b_{23} + a_{23}\cdot b_{33} = 0\cdot 2 + 6\cdot -8 + 3\cdot 0 = 0-48+0 = -48$

MATRICE ASSOCIATA (APP LINEARE)

OSS: MATR ASSOCIATA AD L => $[L]$

SIANO V e W DUE SPAZI VETTORIALI DI DIMENSIONE m e m E SIA $T: V \to W$ UN'APPLICAZIONE LINEARE DI V IN W

SIA INOLTRE $B = \{v_1, v_2, \dots v_m\}$ UNA BASE DELLO SPAZIO VETTORIALE V e

$C = \{w_1, w_2, \dots w_m\}$ UNA BASE DI W

PER OGNI VETTORE v_i (DELLA BASE B DELLO SPAZIO VETTORIALE V) DETERMINIAMO LA CORRISPONDENTE IMMAGINE TRAMITE L'APPLICAZIONE LINEARE T.

DETERMINIAMO CIOÈ $T(v_1), T(v_2), \dots T(v_m)$.

I NUOVI VETTORI COSÌ OTTENUTI SARANNO ELEMENTI DELLO SPAZIO VETTORIALE W E POTRANNO ESSERE SCRITTI COME COMBINAZIONE LINEARE DEGLI ELEMENTI $w_1, w_2, \dots, w_m$ CHE FORMANO LA BASE C DELLO SPAZIO W.

SI HA QUINDI

$T(v_1) = a_{11} w_1 + a_{12} w_2 + \dots + a_{1m} w_m$

$\vdots$

$T(v_m) = a_{1m} w_1 + a_{2m} w_2 + \dots + a_{mm} w_m$

$\Rightarrow A_T^{B,C} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix}$

MATRICE ASS. ALL'APP LINEARE T RISPETTO ALLE BASI B E C

TEORIA DAL LIBRO

MATRICE A SCALINI:

PRESA UNA MATRICE $A_{m \cdot n}$ ED UTILIZZANDO LE COSÌ DETTE OPERAZIONI ELEMENTARI SULLE COLONNE SI:

1- SOMMA ALLA COLONNA LA COLONNA J MOLTIPLICATA PER UNO SCALARE

2- MOLTIPLICA UNA COLONNA S PER UNO SCALARE $\neq 0$

3- SI PERMUTANO FRA DI LORO DUE COLONNE

OSS: È SEMPRE POSSIBILE RIDURRE LA MATRICE A "SCALINI" CON UN NUMERO FINITO DI OPERAZIONI.

ES= ?

PROFONDITÀ = CHIAMIAMO PROFONDITÀ DI UNA COLONNA LA POSIZIONE OCCUPATA DAL SUO PIÙ ALTO COEFFICENTE DIVERSO DA $\emptyset$. ALLA COLONNA NULLA ASSEGNIAMO PROF $\emptyset$

ES: $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ 1° COLONNA = PROF = 2 2° COLONNA PROF = 3 3° COLONNA PROF = 1

?

Def = UNA MATRICE $M_{m \cdot n}(\mathbb{K})$ SI DICE IN FORMA A SCALINI PER COLONNE SE RISPETTA LE SEGUENTI PROPRIETÀ:

1- LEGGENDO LA MAT DA SINISTRA VERSO DESTRA, LE COLONNE NON NULLE SI INCONTRANO TUTTE PRIMA DELLE COLONNE NULLE

2- LEGGENDO DA SX A DX, LA PROFONDITÀ DELLE SUE COLONNE NON NULLE RISULTANO STRETTAMENTE DECRESCENTI.

PIVOT = I COEFFICENTI PIÙ ALTI $\neq 0$ DI OGNI COLONNA NON NULLA

ES: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -8 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

MATRICE A SCALINI PER COLONNA RIDOTTA

SI DEFINISCE UNA $MAT_{m \cdot n}(\mathbb{K})$, ~~...~~ ESSA VIENE CHIAMATA SE:

1. A È A SCALINI PER COLONNA

2. TUTTE LE ENTRATE NELLA STESSA RIGA DI UN PIVOT (PRECEDENTI AD ESSO SONO NULLE).

OSS: È SEMPRE POSSIBILE FARLO