PAG. 27 N° 2, 3

01/03/16

SISTEMI LINEARI

~~$P_1 = 34$ mm~~

~~$P_2 = 22$ mm~~

$$A\vec{x} = \vec{b}$$

A = MATRICE

$\vec{b}$ = VETTORE COLONNA $\qquad \vec{x}$ = (x, y, z) CHE VOGLIAMO TROVARE

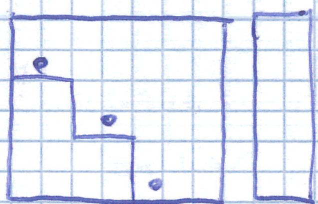
ELIMINAZIONE DI GAUSS - JORDAN

MATRICI QUADRATE = $M_{m \cdot m}$

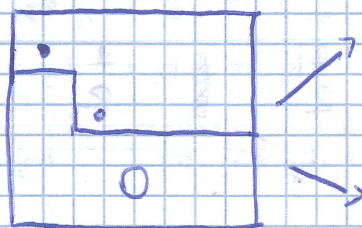
$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \qquad Mt_{m \cdot m} \times Mt_{m \cdot 1} = Mt_{m \cdot 1}$$

x = INCOGNITE DA TROVARE

SOLUZIONI



1 SOLUZIONE



0 SOLUZIONI

∞ SOLUZIONI

ESEMPIO

$$\begin{cases} 2x - y = b_1 \\ -x + 2y + z = b_2 \\ -y + 2z = b_3 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$Op_1 = R_2 + \frac{1}{2} R_1 \qquad$ 1° RIGA = $\left(1x - \frac{1}{2}y + 0 = \frac{1}{2}b_1\right)$

$$\begin{cases} 2x - y = b_1 \\ 0 + \frac{3}{2}y - z = \frac{1}{2}b_1 + b_2 \\ -y + 2z = b_3 \end{cases}$$

$Op_2 = R_3 + \frac{2}{3} R_2 \qquad \left(\frac{2}{3}z = +\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}b_1 + b_2\right)\right)$

$$\begin{cases} 2x - y = b_1 \\ 0 + \frac{3}{2}y - z = \frac{1}{2}b_1 + b_2 \\ 0 \quad 0 + \frac{4}{3}z = \frac{1}{3}b_1 + \frac{2}{3}b_2 + b_3 \end{cases}$$

PIVOT 1° RIGA = 2

PIVOT 2° RIGA = $\frac{3}{2}$

PIVOT 3° RIGA = $\frac{4}{3}$

Quarta TV1KDBXSEO

Jordan forma a scalini ridotta

$$\begin{cases} 2x - y \quad 0 = b_1 \\ 0 \quad \frac{3}{2}y \quad -z = \frac{1}{2}b_1 + b_2 \\ 0 \quad 0 \quad +\frac{4}{3}z = \frac{1}{3}b_1 + \frac{2}{3}b_2 + b_3 \end{cases} \Longleftrightarrow R_2 + \frac{3}{4}R_3 \quad \begin{cases} 2x \quad -y \quad 0 = b_1 \\ 0 \quad +\frac{3}{2}y \quad 0 = \frac{3}{4}b_1 + \frac{3}{2}b_2 + \frac{3}{4}b_3 \\ 0 \quad 0 \quad +\frac{4}{3}z = \frac{1}{3}b_1 + \frac{2}{3}b_2 + b_3 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow R_1 + \frac{2}{3}R_2 \quad \begin{cases} 2x \quad 0 \quad 0 = \frac{3}{2}b_1 + b_2 + \frac{1}{2}b_3 \\ 0 \quad \frac{3}{2}y \quad 0 = \frac{3}{4}b_1 + \frac{3}{2}b_2 + \frac{3}{4}b_3 \\ 0 \quad 0 \quad \frac{4}{3}z = \frac{1}{3}b_1 + \frac{2}{3}b_2 + b_3 \end{cases}$$

DIVIDO PER I PIVOT

$$\begin{cases} x \quad 0 \quad 0 = \frac{3}{4}b_1 + \frac{b_2}{2} + \frac{1}{4}b_3 \\ 0 \quad y \quad 0 = \frac{1}{2}b_1 + b_2 + \frac{1}{2}b_3 \\ 0 \quad 0 \quad z = \frac{1}{4}b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{3}{4}b_3 \end{cases}$$

← RISOLTO

1 SOLUZIONE

PERCHÉ TUTTI I PIVOT $\neq 0$

Quindi:

INIZIO

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}}_{A = \text{INPUT}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

FINE

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}}_{A_1 = \text{OUTPUT}} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

MATRICE INVERSA $m \cdot m$

→ NON ESISTE SEMPRE

$$A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow A^{-1}\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad Av = w \Longleftrightarrow A^{-1}w = v$$

OSS: L'INVERSO DI UNA MATRICE ESISTE SOLO NEI CASI IN CUI IL SISTEMA HA UN'UNICA SOLUZIONE

OSS: SE NON È UNA MATRICE QUADRATA NON HA SENSO FARLO