Matrice idenita

$$\underset{[n\cdot n]}{A}\cdot\underset{[n\cdot n]}{A^{-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \leftarrow \text{Matrice identità}$$

Sistama 3·3 senza soluzione

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \xleftrightarrow[R_2+\frac{1}{2}R_1]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \end{array}$$

$$\xleftrightarrow[R_3+\frac{2}{3}R_2]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} \end{array}\right)$$

$R_3: 0x + 0y + 0z = -\frac{4}{3}$

$0 = -\frac{4}{3}$

ASSURDO

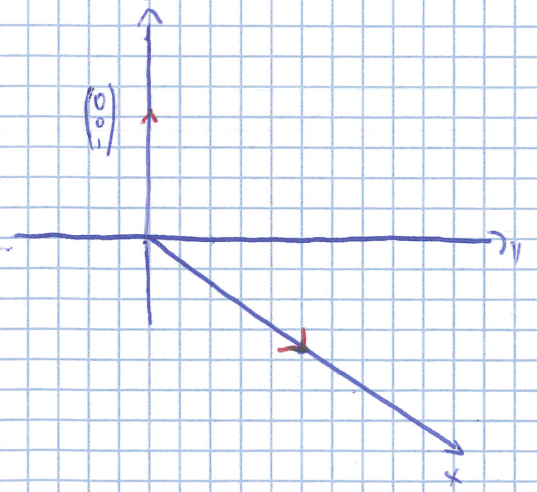
NON C'È SOLUZIONE

Il sistema $A\vec{x} = \vec{w}$ ← noto ha soluzione $\Leftrightarrow$ w è combinazione lineare dei vettori colonna di A

$\vec{x}$ ↑ da trovare

Vettori in R^3

Consideriamo due vettori in R^3



$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

SPAN:

$$\left\{ x\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + y\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \;\middle|\; x,y \in \mathbb{R} \right\} \rightarrow \text{SPAN}\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right)$$

$$\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} \in \quad \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix} \in$$

OSS: Lo span di n vettori sono tutte le combinazioni lineari che si possono fare (si ottiene un piano)

Spazio Vettoriale

DATA: 3/03/16

→ Campo ($\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}_3$, $\mathbb{C}$, etc). ← $+, \cdot, 0, 1$

→ Un insieme di vettori (un gruppo di due vettori) ← $+, 0$

→ Moltiplicazione scalare per vettore = vettore

Assiomi

$r_1 \dots r_n$ scalare

$v_1 \dots v_n$ vettore

$$\bar{0} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

Proprietà:

$$v + \bar{0} = v$$
$$v + (-v) = \bar{0}$$
$$r(v+w) = rv + rw$$
$$(r_1 + r_2)v = r_1 v + r_2 v$$
$$(r_1 r_2)v = r_1(r_2 v)$$
$$0 \cdot v = 0$$
$$1 \cdot v = v$$

Def di spazio vettoriale

ES: Campo $\mathbb{R} \ni 5$

Vettori $\mathbb{R}^3 \ni \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$

$Mat_{3,1}(\mathbb{R})$

DIM: $(r_1 r_2)v = r_1(r_2 v)$

$$(2\cdot 3)\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} = 6\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\12\\0\end{pmatrix}$$

$$2\left(3\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}\right) = 2\begin{pmatrix}3\\6\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\12\\0\end{pmatrix}$$