DATA: 08/03/16

ESERCIZI

$$\begin{cases} x_1 + kx_2 + (1+4k)x_3 = 1+4k \\ 2x_1 + (k+1)x_2 + (2+7k)x_3 = 1+7k \\ 3x_1 + (k+2)x_2 + (3+9k)x_3 = 1+9k \end{cases}$$

0 SOLUZIONI

1 SOLUZIONE

∞ SOLUZIONI

MATRICE:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 1+4k & 1+4k \\ 2 & k+1 & 2+7k & 1+7k \\ 3 & k+2 & 3+9k & 1+9k \end{array}\right]$$

$R_2 - 2R_1 \nearrow$ $2x_1 + 2kx_2 + (2+8k)x_3 = 2+8k$

$\Updownarrow$

$$\begin{array}{cccc} 1 & +k & (1+4k) & = 1+4k \\ 0 & -k+1 & -k & = -1-k \\ 3 & k+2 & 3+9k & = 1+9k \end{array}$$

$R_3 - 3R_1$

$\downarrow$

$3 \quad +3k \quad +3+12k \mid +3+12k$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 1+4k & 1+4k \\ 0 & -k+1 & -k & -1-k \\ 0 & (-2k+2) & -3k & -2-3k \end{array}\right]$$

$R_3 - 2R_2$

$\swarrow$

$0 \; -2k+2 \quad -2k \mid -2 \; -k$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 1+4k & 1+4k \\ 0 & -k+1 & -k & -1-k \\ 0 & 0 & -k & -k \end{array}\right]$$

$k \neq 0, 1$

$\Rightarrow$ 3 PIVOT

$\Rightarrow$ UNICA SOLUZIONE

MATRICE INVERTIBILE

CASI STRANI:

$k=0$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$\uparrow$

x_3 LIBERA

$0x_3 = 0$

x_1, x_2 LE RICAVO DALLE PRIME DUE EQUAZIONI

∞ SOLUZIONI

$k=1$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & +5 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}\right]$$

$R_3 - R_2$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$0x_3 = 1$

NO SOLUZIONI

ES =

$x+2y+3z=0$

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

SOLUZIONI = $Ker([1,2,3])$

= $Span(???)$

$x=-2y-3z$

SOLUZIONI PARTICOLARI

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}?\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}?\\1\\0\end{pmatrix}$$

OTTENUTI DAL SISTEMA $x+2y+3z=0$

$$Span=\left[\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}\right]$$ ← TUTTE LE POSSIBILI SOLUZIONI

QUINDI =
$$\begin{pmatrix}-2y_0 & -3z_0\\ & y_0\\ & z_0\end{pmatrix} \leftarrow y_0\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+z_0\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}$$

DOVE y_0 E z_0 SONO SCALARI!

$Ker(A)$ = È QUEL VETTORE CHE MOLTIPLICATO PER UNA MATRICE "X" DA IL VETTORE $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

ES =

$$\underset{3\cdot 4}{A}=\begin{bmatrix}1&1&2&3\\2&2&8&10\\3&3&10&13\end{bmatrix}=\underset{4\cdot 1}{A}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\underset{3\cdot 1}{\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}}$$

TROVIAMO IL $Ker(A)$

OSS = SICURAMENTE ∞ SOLUZIONI, POICHÉ CI SONO PIÙ VARIABILI CHE EQUAZIONI!

$$\begin{matrix}R_2-2R_1\\R_3-3R_1\end{matrix}\begin{bmatrix}1&1&2&3\\0&0&4&4\\0&0&4&4\end{bmatrix}\rightarrow R_3-R_1\begin{bmatrix}1&1&2&3\\0&0&4&4\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

x_4 LIBERA

$4x_3+4x_4=0$

=

$x_3-x_4=0$

ALTRA PAGINA

VARIABILI = x_2 E x_4 POICHÉ NON HANNO I PIVOT