x_2 LIBERA

$x_1 = -x_2 - 2x_3 - 3x_4$

TROVIAMO LE SOLUZIONI PARTICOLARI:

$$\begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \leftarrow x_4 \qquad \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow x_2$$

1° SOLUZIONE PARTICOLARE   2° SOLUZIONE PARTICOLARE

TUTTE LE SOLUZIONI

$$\text{Span}\left[\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right] \subset \mathbb{R}^4$$

DIMENSIONE 2 POICHÉ 2 VETTORI!

ANALIZZIAMO LO SPAN:

$$\text{Span} \ni y_0 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + z_0 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_0 - z_0 \\ y_0 \\ -z_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

CON $y_0 = x_2$ e $z_0 = x_4$

LINEARMENTE DIPENDENTI

DEFINIZIONE: VETTORI $v_1, v_2, \dots, v_4$ SONO LINEARMENTE DIPENDENTI SE ESISTONO $c_1, \dots, c_m \neq (0,0,0,\dots,0)$ tale che $c_1 v_1 + \dots + c_m v_m = 0$

ESEMPIO: $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

ESEMPIO: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 14 \end{pmatrix}$ SCEGLIAMO 2 VOLTE IL PRIMO, 2 VOLTE IL SECONDO, -1 VOLTA IL TERZO

$$2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

USARNE 3 È SUPERFLUO DIFATTI

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 14 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1° SPAN: SE FACCIAMO LO SPAN $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 14 \end{pmatrix}\right)$

È UGUALE SPAN 2° SPAN $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}\right)$

ALTRA PAGINA →

Continuo Esercizio: $5\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+8\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}6\\10\\14\end{pmatrix} = 5\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+8\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}+4\left[2\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}\right]$

$\uparrow$ 1° SPAN

// sono uguali

$\Rightarrow 13\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+16\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}$ <- 2° SPAN

Linearmente indipendenti

Definizione: Vettori $v_1, \dots, v_m$ sono linearmenti indipendenti se $c_1v_1+\dots+c_mv_m=\bar{0} \Rightarrow c_1=\dots=c_m=0$

OSS: Se $v_1, v_2, \dots, v_m$ sono DIPENDENTI $\Rightarrow$ uno dei v_i è nello span, con $i \in \mathbb{N}$

DIM: Esistono $c_1v_1+\dots+c_1v_1=\bar{0}$ con almeno un $c_i \neq 0$ con $i \in \mathbb{N}$

ES: $c_1 \neq 0$ $\quad v_1 = -\frac{1}{c_1}\left[c_2v_2+\dots+c_mv_m\right] \Rightarrow v_1 \in \text{span}(v_2, \dots, v_m)$

Teorema: $v_1, \dots, v_m$ sono dipendenti

$\Updownarrow$

Uno dei v_i è nello span degli altri

Prendiamo vettori in R^3

$\begin{pmatrix}1\\0\\3\\4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\5\\4\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\0\\7\end{pmatrix}$

$\uparrow v_1 \quad \uparrow v_2 \quad \uparrow v_3$

3 vettori colonna sono dipendenti?

$c_1v_1+c_2v_2+c_3v_3=0$

$\Downarrow$

$c_1=0$

$c_1=0 \Rightarrow c_2v_2+c_3v_3=\bar{0}$

$\Downarrow$

$5c_2+0=0$