Esercitazione di MATEMATICA DISCRETA

1^0 Aprile 2014

Esercizio 1. Sia A la matrice definita da

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

e sia $L_A : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $L_A(x) = Ax$ per ogni $x \in \mathbb{R}^4$.

- Determinare una base del nucleo e una base dell'immagine L_A.
- Estendere la base del nucleo di L_A, determinata nel punto precedente, ad una base di R^4.
- Determinare i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 5k \\ k/3 \\ k^2 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine di L_A.

Esercizio 2. Sia $T(3)$ l'insieme delle matrici triangolari superiori 3x3 con coefficienti in $\mathbb{R}$.

- Dimostrare che $T(3)$ è un sottospazio vettoriale di $M_{3,3}(\mathbb{R})$ e determinarne una base.
- Definire, se possibile, un'applicazione lineare surgettiva $f : M_{3,3}(\mathbb{R}) \longrightarrow T(3)$.
- Definire, se possibile, un'applicazione lineare iniettiva $g : M_{3,3}(\mathbb{R}) \longrightarrow T(3)$.
- Definire, se possibile, un'applicazione lineare $h : M_{3,3}(\mathbb{R}) \longrightarrow T(3)$ tale che $\ker h = S(3)$, dove con $S(3)$ abbiamo indicato il sottospazio vettoriale delle matrici 3×3 simmetriche.