Compito di MD
13 febbraio 2014

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: .... Corso e Aula: ....

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte. I testi degli esercizi sono su fogli separati su cui vanno scritte le rispettive soluzioni: **scrivere il nome su ciascun foglio**. Mettere entro un riquadro bene evidenziato la soluzione, e nel resto del foglio lo svolgimento.

Esercizio 1. Determinare le soluzioni sella seguente congruenza:

$$x^2 \equiv 1 \pmod{77}.$$

Esercizio 2. Sia $\mathbb{N}_{50} = \{1, 2, ..., 50\}$.
a) Quante sono le funzioni $f : \mathbb{N}_{50} \to \mathbb{N}_{50}$ tali che $f(n) \equiv n + 1 \quad (5)$ per ogni $n \in \mathbb{N}_{50}$?
b) Quante fra le funzioni individuate nel punto a) sono anche bigettive?
c) Quante fra le funzioni individuate nel punto a) sono tali che $|Imm\ f| = 5$?

Esercizio 3.
Consideriamo in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio V dato dalle soluzioni del seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + 2y + z & = 0 \\ -x - y + 3t & = 0 \end{cases}$$

e il sottospazio W generato dai vettori

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Calcolare $dim\ V \cap W$ e $dim\ (V + W)$.

Esercizio 4. Consideriamo l'endomorfismo lineare L_a di $\mathbb{R}^3$ dipendente dal parametro reale a e definito da:

$$L_a(x, y, z) = (2ax + y + z, x + ay + z, -x + y + az)$$

Discutere la diagonalizzabilità di L_a al variare del parametro reale a.