

Compito di MD

4 Giugno 2014

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1. Sia $\mathbb{N}_{10} = \{1, 2, \dots, 10\}$.

Quante sono le funzioni $f : \mathbb{N}_{10} \rightarrow \mathbb{N}_{10}$ tali che $MCD(f(x), 10) = MCD(x, 10)$ per ogni $x \in \mathbb{N}_{10}$?

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 2. Trovare tutte le soluzioni intere del seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} 4x \equiv 11 & (21) \\ x^2 \equiv 1 & (15) \end{cases}$$

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 3. Sia V il sottospazio di $\mathbb{R}[x]_{\leq 5}$ definito da

$$V := \{p(x) \in \mathbb{R}[x]_{\leq 5} \mid p(1) = p(-1) = 0\}.$$

- a) Determinare una base di V su \mathbb{R} .
- b) Dire, motivando bene la risposta, se esistono applicazioni lineari iniettive o applicazioni lineari surgettive da V nello spazio delle matrici simmetriche 2×2 con coefficienti in \mathbb{R} .

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 4. a) Si consideri l'endomorfismo $A : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ a cui nella base standard è associata la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Trovare gli autovettori di A e dire se A è diagonalizzabile.

b) Si consideri l'endomorfismo $B : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ a cui nella base standard è associata la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

i) Per quali valori di $b \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo è diagonalizzabile ?

ii) Sia k un intero positivo. Si trovino, in funzione di k e del parametro b , gli autovalori dell'endomorfismo B^k .