

Compito di MD
A.A. 2013/14 – 1 luglio 2014

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1. Si consideri la successione definita da $a_0 = 2$, $a_1 = 1$ e

$$a_{n+1} = 3a_n + 5a_{n-1}$$

per ogni $n \geq 1$.

Dimostrare che, per ogni $n \geq 0$, a_n non è multiplo di 5.

Dimostrare che non esistono due termini consecutivi a_m, a_{m+1} della successione che sono entrambi multipli di $p = 19$.

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 2. Trovare tutte le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} 4x \equiv 2 & (7) \\ x^5 \equiv 2 & (15) \end{cases}$$

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 3. Sia K un campo e si consideri l'endomorfismo $A : K^3 \rightarrow K^3$ che, rispetto alla base standard, è rappresentato dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- a) Dire se A è diagonalizzabile per $K = \mathbb{R}$.
- b) Dire se A è diagonalizzabile per $K = \mathbb{Z}_3$.

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 4. Sia $L : \mathbb{Q}[x]_{\leq 3} \rightarrow \mathbb{Q}[x]_{\leq 3}$ l'applicazione lineare definita da:
 $L(ax^3 + bx^2 + cx + d) = (a + b + c)x^3 + dx^2 + 2c$. Determinare una base di
 $\text{Ker } L$, una base di $\text{Im } L$, e una base di $\text{Im}(L \circ L \circ L)$.