

2^o **Compitino di MD**

29 maggio 2014

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1. a) Determinare le coordinate del vettore $v = (2, 3, -3)$ rispetto alla base \mathcal{B} di \mathbb{R}^3 data dai vettori $v_1 = (1, -1, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1)$ e $v_3 = (-1, 1, 1)$.

b) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che ha per matrice associata rispetto alla base \mathcal{B} la matrice A , dove

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Determinare le coordinate di $f(v)$ rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^3 .

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 2. Sia $T : \mathbb{Q}[x]_{\leq 3} \rightarrow \mathbb{Q}^3$, l'applicazione lineare definita da

$$T(ax^3 + bx^2 + cx + d) = (a + b, c + d, a + b + c + d).$$

- a) Determinare una base di $\text{Ker } T$ e una base di $\text{Imm } T$.
- b) Definire, se possibile, un'applicazione lineare $F : \mathbb{Q}^3 \rightarrow \mathbb{Q}[x]_{\leq 3}$ tale che $\text{Ker } T \oplus \text{Imm } F = \mathbb{Q}[x]_{\leq 3}$.

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 3. Si consideri l'applicazione lineare $F_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che rispetto alla base canonica ha matrice:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -a \\ 3 & -a & 1 \end{pmatrix}$$

Discutere, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, la diagonalizzabilità di F_a .