

Compito di MD
A.A. 2013/14 – 15 gennaio 2015

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1.

- a) Risolvere la seguente congruenza $59x \equiv 42 \pmod{36}$.
- b) Determinare i valori di $a \in \mathbb{Z}$ per i quali il seguente sistema ha soluzione

$$\begin{cases} 59x \equiv 42 \pmod{36} \\ 55x \equiv a \pmod{32} \end{cases}$$

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 2. Sia X l'insieme dei numeri palindromi (ovvero tali che se si leggono da destra a sinistra si ottiene sempre lo stesso numero, tipo 1845481) n tali che $10^6 \leq n < 10^7$.

1. Di quanti elementi è composto l'insieme X ?
2. Quanti sono i numeri pari che appartengono a X ?
3. Quanti numeri dell'insieme X sono divisibili per 3?

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 3. Sia $a \in \mathbb{R}$. Consideriamo la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$$

- a) Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la matrice A è diagonalizzabile su \mathbb{R} ?
- b) Per quali valori di a la matrice A ammette l'autovalore $\lambda = 3$?
- c) Per quali valori di a il vettore $(4, -1)$ è autovettore di A ?

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 4. Sia $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f(x, y, z) = (x - y, x + 2y + 3z, y + z).$$

- a) Determinare una base del nucleo e una dell'immagine di f e dire se questi due spazi sono in somma diretta.
- b) Determinare, se possibile, un'applicazione lineare non nulla $g : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ tale che $g \circ f$ sia l'applicazione nulla.