

Compito di MD
A.A. 2014/15 – 2 luglio 2015

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1.

Sia $a \in \mathbb{Z}$. Consideriamo il seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} 3x \equiv 5 \pmod{76} \\ x \equiv a \pmod{8} \end{cases}$$

- i) Per quali valori di a il sistema ha soluzione?
- ii) Determinare le soluzioni del sistema per $a = 111$.

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 2.

Sia $\mathbb{N}_{50} = \{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$.

- a) Contare le coppie (A, B) di sottoinsiemi di \mathbb{N}_{50} tali che $A \cap B = \emptyset$.
- b) Contare le coppie (A, B) di sottoinsiemi di \mathbb{N}_{50} tali che $A \cap B$ contiene solo multipli di 5.
- c) Contare le coppie (A, B) di sottoinsiemi di \mathbb{N}_{50} tali che $A \cap B$ coincide con l'insieme dei multipli di 5 che appartengono ad A o a B .

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 3.

Sia $L_a : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'endomorfismo definito dalla seguente matrice rispetto alle basi standard:

$$[L_a] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & a^2 + 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo è diagonalizzabile.

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 4.

Si consideri l'applicazione lineare

$$\Phi : Mat_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow Mat_{2 \times 2}(\mathbb{R})$$

tale che, per ogni $A \in Mat_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ valga $\Phi(A) = AB$, dove B è la seguente matrice fissata:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

- Determinare la dimensione di $Ker \Phi$ e descriverne una base.
- Determinare la dimensione di $Imm \Phi$ e descriverne una base.

