

3° Compitino di MD
A.A. 2014/15 – 28 maggio 2015

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con la matita.

Esercizio 1. Sia $T : \mathbb{F}^4 \rightarrow \mathbb{F}^4$ l'endomorfismo la cui matrice rispetto alla base standard è

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Trovare il polinomio caratteristico di T .
- (b) L'endomorfismo T è diagonalizzabile se $\mathbb{F} = \mathbb{R}$? Se $\mathbb{F} = \mathbb{C}$? Se $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_5$?

Esercizio 2. Sia $S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo la cui matrice rispetto alla base standard è

$$[S] = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & a+1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Per quali valori di a l'endomorfismo S è diagonalizzabile?
- (b) Per $a = -1$, si trovi una base ortonormale dell'autospazio

$$V_1 = \{v \in \mathbb{R}^3 : Sv = v\}$$

(si intende che \mathbb{R}^3 è munito del prodotto scalare standard).

