

Compito di MDAL

10 Febbraio 2016

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

Esercizio 1. Trovare tutte le soluzioni del sistema di congruenze

$$\begin{cases} 2^x \equiv 1 \pmod{7} \\ 3^x \equiv 2 \pmod{5} \end{cases}$$

Esercizio 2. Consideriamo i seguenti insiemi di matrici 4×4 a coefficienti in $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$:

1. Matrici con esattamente due "1" su ogni riga.
 2. Matrici con tutti numeri diversi su ciascuna riga.
 3. Matrici con tutti numeri diversi su ciascuna delle prime 3 righe e sulla prima colonna.
- i) Determinare il numero delle matrici in ciascuno dei gruppi 1,2,3.
ii) Chiamato n_i il numero delle matrici nel gruppo i , disporre in ordine crescente i numeri n_1, n_2, n_3 .

Esercizio 3. Siano dati i vettori

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

1. Considerati come vettori in \mathbb{R}^4 , è vero che essi sono linearmente indipendenti? Si scriva una base di $\text{span}(v_1, v_2, v_3)$ e la si completi a una base di \mathbb{R}^4 .
2. Considerati come vettori in $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^4$, è vero che essi sono linearmente indipendenti? Si scriva una base di $\text{span}(v_1, v_2, v_3)$ e la si completi a una base di $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^4$.

Esercizio 4. Sia $M \in \text{Mat}_{4,4}(\mathbb{R})$ data da

$$M = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determinare autovalori e autovettori di M . La matrice è diagonalizzabile?

