

Compito di MDAL

12 gennaio 2016

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

Esercizio 1. 1) Determinare i valori del parametro intero a per cui ha soluzione la congruenza

$$2^x \equiv a \pmod{17}.$$

2) Risolvere la congruenza:

$$2^{5x+3} \equiv 8 \pmod{17}.$$

Esercizio 2. Sia $\mathbb{N}_{10000} = \{1, 2, \dots, 10000\}$.

- a) Contare i sottoinsiemi di due elementi di \mathbb{N}_{10000} tali che la somma degli elementi fa 10000.
- b) Contare i sottoinsiemi di due elementi di \mathbb{N}_{10000} tali che la somma degli elementi è pari.
- c) Quanti sono gli elementi $a \in \mathbb{N}_{10000}$ per i quali si ha $MCD(7, a) = 1$?

Esercizio 3. Sia $V = \text{span}(v_1, v_2, v_3)$, dove

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Sia W il sottoinsieme di V formato da tutti i suoi elementi che hanno le prime due componenti uguali a zero.

1. Qual è la dimensione di V ?
2. È vero o no che W è un sottospazio vettoriale?
3. Si calcoli una base di W .

Esercizio 4. Trovare una base di \mathbb{R}^3 formata da autovettori della matrice

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

