**Informatica – Matematica Discreta**
A.A. 2009/10 - Compito, 2 Febbraio 2010

Cognome e nome: ....................................................................

Numero di matricola: ....................................................................

Corso e Aula: ....................................................................

<u>IMPORTANTE:</u>
Non si possono consultare libri e appunti.
Non si possono usare calcolatrici, computers o altri dispositivi elettronici.
Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare.

**Esercizio 1.**
Discutere, al variare del parametro $k$, le soluzioni del sistema:

$$\begin{array}{rcl} x + y + kz & = & 2 \\ 3x + 4y + 2z & = & k \\ 2x + 3y - z & = & 1 \end{array}$$

**Esercizio 2.**
Dimostrare che, per ogni intero positivo $n$, vale

$$n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \equiv 0 \bmod 3$$

Discutere se questo rimane vero quando si sostituisce "modulo 3" con "modulo 9", ossia se è vero che per ogni intero positivo $n$, vale

$$n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \equiv 0 \bmod 9$$

**Esercizio 3.** Siano $A, B$ due sottoinsiemi di $\mathbb{N}$. Stabilire la validità o non validità di ciascuna delle sequenti affermazioni:
a) se esiste un sottoinsieme $C$ di $\mathbb{N}$ tale che $A \cup C = B \cup C$ allora $A = B$.
b) Se per ogni sottoinsieme $C$ di $\mathbb{N}$ vale $A \cup C = B \cup C$ allora $A = B$.
c) Se esiste un sottoinsieme $C$ di $\mathbb{N}$ tale che $A \cup C = B \cup C$ e $A \cap C = B \cap C$ allora $A = B$.

**Esercizio 4.** Consideriamo la applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la cui matrice, rispetto alla base standard, è

$$[L] = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

a) Verificare che $[L]^3$ è la matrice nulla.
b) Trovare gli autovalori dell'applicazione lineare $L$.
c) $L$ è diagonalizzabile ?