

Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Tempo a disposizione: 120 minuti.

Buon lavoro!

24 Giugno 2019

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.

Buon lavoro!

Esercizio 1. [6 pt.]

Trovare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione:

$$z - 4\bar{z}^5 = 0$$

Esercizio 2. [10 pt.]

Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, sia $T_k : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita ponendo

$$T_k(x, y, z) = (-x + 2z, -3x + 2ky, -y + z)$$

1. Determinare la matrice associata a T_k .
2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, determinare la dimensione del nucleo e dell'immagine dell'applicazione lineare T_k .
3. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, determinare l'insieme

$$S_k = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid T_k(x, y, z) = (4, -6, 3)\}.$$

Esercizio 3. [10 pt.]

Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definita da:

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-x_1, -12x_1 + x_2 - 8x_4, 9x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 6x_4, -x_4)$$

1. Verificare che il vettore $(-2, 0, 0, 3)$ è un autovettore e determinarne l'autovalore.
2. Determinare la matrice A associata a T , il suo polinomio caratteristico e i suoi autovalori.
3. Determinare una base per ciascuno degli autospazi.
4. Trovare, se esiste, una matrice invertibile S tale che $S^{-1}AS = D$ è una matrice diagonale.

Esercizio 4. [6pt.]

1. Trovare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che:

- L'unico autovalore è $\lambda = 2$,
- Il vettore $v = (1, 2)$ è un autovettore,
- Il vettore $v = (2, 1)$ *non* è un autovettore,

e scrivere la matrice A associata a f rispetto alla base canonica.

2. Sia $\vec{v} = (-1, 3, 4) \in \mathbb{R}^3$, e sia $V = \{\vec{w} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{w} \perp \vec{v}\}$.

(a) Determinare una base di V .

(b) Determinare una base di $V^\perp = \{\vec{y} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} \perp \vec{y} \text{ per ogni } \vec{x} \in V\}$.