

Informatica – Matematica Discreta
A.A. 2009/10 - Prima verifica intermedia, 3 Novembre 2009

Cognome e nome:
Numero di matricola:
Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computers o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare.

Esercizio 1.

1. Sia $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita ponendo $f(x, y) = 3x + y^2$. Stabilire se f è iniettiva e stabilire se f è suriettiva.
2. Siano A e B i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}.$$

Si consideri la funzione $h : A \times A \rightarrow B \times B$ definita da $h((x, y)) = (x^2 + y, x + y)$. Discutere la iniettività, suriettività e bigettività di h .

Esercizio 2.

Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 2$ vale la disuguaglianza $3^n > 2^n + n^2$.

Esercizio 3. Considerare i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 100\}; \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \exists y \in \mathbb{Z} \ 3y = x\}; \quad C = \{2x + 1 \mid x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}\}.$$

1. Elencare gli elementi degli insiemi $A \cap B$, $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(C)$, $\mathcal{P}(C) \setminus \mathcal{P}(B)$.
2. Stabile se ciascuna delle seguenti proprietà è vera o falsa, dove $E = \mathcal{P}(\mathbb{N})$:
 - $\forall Y \in E \ \exists X \in E \ \mathbb{N} \setminus X = Y$
 - $\exists Y \in E \ \forall X \in E \ X \subseteq Y$
 - $\forall X \in E \ \forall Y \in E \ (\mathbb{N} \setminus X) \cap Y = \mathbb{N} \setminus (X \cap (\mathbb{N} \setminus Y))$