

Quarto foglio di esercizi, corso di Istituzioni di Algebra, 12 dicembre 2013

Risolvere almeno un esercizio e consegnare entro domenica 22 dicembre, possibilmente in forma elettronica (un file .pdf direttamente preparato in latex oppure una scannerizzazione). Aggiungere nel file una pagina di frontespizio con nome e cognome e uno schema degli esercizi affrontati.

Cercate di fare gli esercizi da soli; comunque se nel risolvere un esercizio ricevete un aiuto sostanziale da un'altra persona, o da una ricerca in rete, dichiaratelo nel frontespizio (per esempio: nell'esercizio 3 ho avuto un suggerimento importante da xxx).

In caso di difficoltà tecniche o se avete necessità di chiarimenti contattatemi per mail o a ricevimento o dopo le lezioni.

Esercizio 25 Sia R un anello e siano

$$0 \rightarrow A \rightarrow P \xrightarrow{\phi} B \rightarrow 0$$

$$0 \rightarrow A' \rightarrow P' \xrightarrow{\phi'} B \rightarrow 0$$

due successioni esatte di R moduli, dove P e P' sono proiettivi. Dimostrare che gli R moduli $A \oplus P'$ e $A' \oplus P$ sono isomorfi.

[Costruire $X = \{(p, q) \in P \oplus P' \mid \phi(p) = \phi'(q)\}$ (si tratta del pullback di $P \xrightarrow{\phi} B$ e $P' \xrightarrow{\phi'} B$) e considerare la proiezione $\pi : X \rightarrow P \dots$]

Esercizio 26 Dati gli \mathbb{Z} -moduli \mathbb{Z}_{36} e \mathbb{Z}_{42} , calcolare il gruppo abeliano $Ext(\mathbb{Z}_{36}, \mathbb{Z}_{42})$. Descrivere (mostrando un rappresentante) almeno una classe di equivalenza di estensioni di \mathbb{Z}_{36} tramite \mathbb{Z}_{42} che non corrisponda a $0 \in Ext(\mathbb{Z}_{36}, \mathbb{Z}_{42})$.