

Informatica – LMM

A.A. 2005/06 - Esame scritto, I sessione

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

ANNO DI CORSO:

1	2	3	4

Istruzioni:

- hai a disposizione 3 ore;
- puoi consultare libri e appunti;
- il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare solo i fogli che ti sono stati dati con gli esercizi stampati.**

Esercizio 1

Dimostrare che:

1. $\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^n \binom{k}{k} = \binom{n+1}{n}$.
2. $\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^n \binom{k+1}{k} = \binom{n+2}{n}$.
3. $\forall n, i \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^n \binom{i+k}{k} = \binom{i+n+1}{n}$.

Esercizio 2

1) Consideriamo la funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ che è definita dalla seguente relazione:
se $n \in \mathbb{N}$ ha la scrittura decimale

$$n = a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0$$

allora $f(n) = a_k 3^k + a_{k-1} 3^{k-1} + \cdots + a_1 3 + a_0 3^0$. Dire se f è iniettiva, surgettiva, bigettiva.

2) Consideriamo la funzione $g : \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5$ che è definita dalla seguente relazione:

$$\forall [a], [b] \in \mathbb{Z}_5, \quad g([a], [b]) = ([a - 3b], [a + 3b])$$

Dire se g è iniettiva, surgettiva, bigettiva.

Esercizio 3

1) Calcolare $\gcd(3192, 117)$.

2) Trovare tutti gli $m \in \mathbb{Z}$ che soddisfano

$$3192 m \equiv 288 \pmod{117}$$

e tali che $0 \leq m \leq 234$.

Esercizio 4

1) Trovare il numero naturale m tale che $0 \leq m < 13$ e

$$[2^{(2^{10})}]_{13} = [m]_{13}$$

Suggerimento: usare il piccolo teorema di Fermat.

2) Trovare il numero naturale k tale che $0 \leq k < 3$ e

$$[(138139140141 \dots 999)^{1987} - 1]_3 = [k]_3$$