

**Informatica – LMM**

A.A. 2005/06 - Esame scritto, II sessione

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

ANNO DI CORSO:

1	2	3	4

Istruzioni:

- hai a disposizione 3 ore;
- puoi consultare libri e appunti;
- il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare solo i fogli che ti sono stati dati con gli esercizi stampati.**

### Esercizio 1

Sia  $\{(a_n, b_n)\}_{n \geq 0}$  una successione di elementi di  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  definita da

$$\begin{cases} (a_0, b_0) = (1, -1), \\ (a_{n+1}, b_{n+1}) = (a_n + b_n, a_n - b_n). \end{cases}$$

a) Scrivere i primi 11 termini della successione (ossia:  $(a_0, b_0), (a_1, b_1), \dots, (a_{10}, b_{10})$ ).

b) Dimostrare che per ogni  $n \geq 0$  si ha:

(i) la somma  $a_n + b_n$  è un numero pari,

(ii)  $(a_{2n}, b_{2n}) = (2^n, -2^n)$ ,

(iii)  $(a_{2n+1}, b_{2n+1}) = (0, 2^{n+1})$ .

## Esercizio 2

(i) La funzione

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto (2x + 6y, x + 3y) \end{aligned}$$

è iniettiva, surgettiva, bigettiva?

(ii) Al variare di  $a, b \in \mathbb{R}$  la funzione

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto (2ax + 6by, ax + 3by) \end{aligned}$$

è iniettiva, surgettiva, bigettiva?

### Esercizio 3

(i) Calcolare  $\gcd(7684, 4148)$

(ii) Trovare tutti gli  $m, n$  interi che soddisfino

$$7684m + 4148n = 136.$$

#### **Esercizio 4**

In una scatola vi sono 30 palline numerate da 1 a 30. Le palline da 1 a 10 sono colorate di rosso, le palline da 11 a 20 sono colorate di verde e le palline da 21 a 30 sono colorate di giallo. In quanti modi diversi si possono estrarre:

- (i) 3 palline di diverso colore,
- (ii) 3 palline dello stesso colore,
- (iii) 3 palline di al più 2 colori.

N.B.: consideriamo come diversi due gruppi di palline con stessi colori ma diversi numeri.