

Informatica – LMM
A.A. 2005/06 - II compitino

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

ANNO DI CORSO:

1	2	3	4

Istruzioni:

- hai a disposizione 2 ore;
- puoi consultare libri e appunti;
- il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare solo i fogli che ti sono stati dati con gli esercizi stampati.**

Esercizio 1

Consideriamo l'insieme:

$$A = \{3k \mid k = 1, 2, \dots, 100\} \cup \{2, 4, 5\}$$

a) Quante sono le funzioni $f : A \rightarrow A$?

b) Esistono funzioni $f : A \rightarrow A$ tali che, $\forall x \in A$, $\gcd(x, f(x)) = 1$? (suggerimento: come deve essere l'immagine di un numero pari...?)

c) Sia F l'insieme costituito dalle funzioni $f : A \rightarrow A$ che, $\forall x \in A$, soddisfano $\gcd(x, f(x)) \neq 1$. Fra le funzioni in F ne esiste almeno una bigettiva diversa dall'identità ?

d) Calcolare la cardinalità di F .

Esercizio 2

Ad un compito, 300 studenti (150 maschi e 150 femmine), devono distribuirsi a gruppi di 100 in tre aule (A,B,C). N.B. Si considerano diverse due distribuzioni se i gruppi di studenti sono uguali ma le aule in cui sono distribuiti sono diverse.

a) In quanti modi diversi si possono distribuire gli studenti ?

b) In quanti modi diversi si possono distribuire gli studenti in modo che ci sia un'aula tutta di maschi ?

c) In quanti modi diversi si possono distribuire gli studenti in modo che ci sia un'aula tutta di maschi e una tutta di femmine ?

Esercizio 3

1) Calcolare $\gcd(1573, 1144)$

2) Trovare tutti gli interi m, n che soddisfino

$$1573m + 1144n = 858$$

Esercizio 4

Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false e motivare la risposta:

1. per tutti i numeri naturali positivi n , $7^n \equiv n^3 + 3n^2 + 2n + 1 \pmod{5}$.
2. Per tutti i numeri naturali positivi n , $7^n \equiv n^3 + 3n^2 + 2n + 1 \pmod{3}$.
3. Per tutti i numeri naturali positivi n , $7^n \geq n^3 + 3n^2 + 2n + 1$.
[Si suggerisce l'uso dell'induzione]