

Informatica – LMM

A.A. 2005/06 - Esame scritto, 17 luglio 2006

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

1	2	3	4

Istruzioni:

- hai a disposizione 3 ore;
- puoi consultare libri e appunti;
- il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare solo i fogli che ti sono stati dati con gli esercizi stampati.**

Esercizio 1

a) Consideriamo la successione definita per ricorrenza:

$$a_0 = 2 \quad a_n = 3a_{n-1} - 1 \quad \forall n \geq 1$$

Dimostrare che, per ogni $n \geq 0$ vale

$$a_n \geq 2^n$$

b) Consideriamo la successione definita per ricorrenza:

$$b_0 = 2 \quad b_1 = 3 \quad b_n = 3b_{n-1} - b_{n-2} \quad \forall n \geq 2$$

Dimostrare che, per ogni $n \geq 0$ vale

$$b_n \geq 2^n$$

Esercizio 2

Semplificare le seguenti congruenze

$$1417^{1417} \equiv ? \pmod{10}$$

$$1417^{1417} \equiv ? \pmod{13}$$

Trovare almeno un valore di $m \in \mathbb{N} - \{0\}$ tale che

$$1417^{1417} \equiv 5 \pmod{m}$$

Esercizio 3

Un tale ha molta sete e in un negozio ci sono 20 tipi diversi di bibite. Di ogni bibita sono disponibili molte lattine e ogni lattina costa 1 euro. Per fortuna il nostro ha 12 euro da spendere tutti in bibite.

1. In quanti modi diversi li può spendere ?
2. In quanti modi li può spendere se non vuole comprare due lattine della stessa bibita ?
3. In quanti modi li può spendere se non vuole comprare più di due lattine della stessa bibita ?

Nota: In tutte queste domande conta l'ordine con cui le bibite vengono bevute.

Esercizio 4

a) Per costruire una funzione

$$f : \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_{49}$$

diamo la regola

$$f([a], [b], [c]) = [7a + b]$$

A questo punto abbiamo una funzione ben definita o no ? Perché ?

b) Consideriamo la funzione

$$g : \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_{49}$$

definita da

$$g([a], [b], [c]) = [7(a - b + c)]$$

Dire se è iniettiva, surgettiva, bigettiva.