

Informatica – LMM

A.A. 2005/06 - Esame scritto, 5 giugno 2006

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

1	2	3	4

Istruzioni:

- hai a disposizione 3 ore;
- puoi consultare libri e appunti;
- il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare solo i fogli che ti sono stati dati con gli esercizi stampati.**

Esercizio 1

Dimostrare che per ogni intero positivo n vale l'uguaglianza

$$\sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k} = 2^{2n}$$

Suggerimento: considerare il carattere combinatorico del binomiale.

Esercizio 2

Risolvere la congruenza

$$245x \equiv 656 \pmod{666}$$

Esercizio 3

Al Tour de France partecipano 30 corridori italiani, 40 francesi e 110 di altre nazionalità.

1. Quante sono le possibili classifiche finali in cui nei primi 10 ci sono (esattamente) 3 italiani ?
2. Quante sono le possibili classifiche finali in cui nei primi 10 ci sono almeno 3 italiani ?
3. Quante sono le possibili classifiche finali in cui nei primi 10 ci sono (esattamente) 2 italiani e 2 francesi ?

Esercizio 4

Consideriamo le seguenti funzioni:

$$f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

definita da

$$f(a, b) = (a^2 - b, a - b) \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$$

e

$$g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

definita da

$$g(a, b) = (4a - 2b, a - b) \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$$

- 1) Dire se f è iniettiva, surgettiva, bigettiva.
- 2) Dire se g è iniettiva, surgettiva, bigettiva.