

Informatica – LMM
A.A. 2005/06 - I compitino

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

ANNO DI CORSO:

1	2	3	4

Istruzioni:

- hai a disposizione 2 ore;
- puoi consultare libri e appunti;
- il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **sarebbe meglio se tu gestissi lo spazio in modo da scrivere le soluzioni sui fogli che ti sono stati dati.**

Esercizio 1

1) Dimostrare che $\neg(\neg(A \Rightarrow B) \wedge A) \equiv \neg A \vee B$.

2) Dire per quali valori di A e B la proposizione $\neg((A \vee B) \Rightarrow (B \wedge A))$ è vera.

Esercizio 2

Dato un insieme A , l'insieme $\mathcal{P}(A)$ è definito tramite la seguente proprietà:

$$B \in \mathcal{P}(A) \iff B \subseteq A.$$

Sia $A := \{1, 2, 3\}$.

1) Elencare tutti gli elementi di $\mathcal{P}(A)$.

2) La cardinalità di $\{B \in \mathcal{P}(A) \mid 1 \in B\}$ è uguale a ... (come sempre, motivare la risposta).

3) Elencare tutti gli elementi di $\{(B, C) \in \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(A) \mid B \cap C = \emptyset, B \cup C = A\}$

Esercizio 3

Sia $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ una successione definita per ricorrenza nella seguente maniera:

$$a_0 := 1, \quad a_{n+1} := 2a_n + n$$

1) Dimostrare che a_k è dispari, se k è pari.

2) Dimostrare che $a_n := 2^{n+1} - n - 1$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Esercizio 4

Si consideri la funzione

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$$

data da

$$f((a, b)) = 3a - b$$

1) Dire se f è iniettiva, surgettiva, bigettiva.

2) Può esistere una funzione iniettiva da $\mathbb{N} \times \{1, 2, 3\}$ a \mathbb{N} ? E da $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ a \mathbb{N} ?

[Per entrambe le domande, in caso di risposta affermativa costruite una tale funzione, altrimenti dimostrate perché non può esistere.]