

**Primo appello di Analisi Matematica III dell' 8 Gennaio 2010.**

*Università di Pisa. Corso di Laurea in Fisica, a.a. 2009/2010.*

**Esercizio 1.** Si consideri la funzione  $f(x, y) = y(1 + \cos x) + e^y(1 + \sin x)$ . Si provi che esiste un sottoinsieme  $E \subset \mathbb{R}$  ed una funzione  $\varphi : E \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $C^1$  tale che l'insieme  $\Sigma = \{(x, y) : f(x, y) = 0\}$  sia il grafico di  $\varphi$ .

**Esercizio 2.** Si consideri l'insieme

$$E = \{(u, v, z) : e^{u^2} < v, \frac{u-v}{2} < z < \frac{u+v}{2}\}$$

e la funzione  $f(u, v, z) = uv e^{-(u^2+v^2)}$ . Studiare l'integrabilità di  $f$  su  $E$ , cioè si stabilisca se  $\int_E |f(u, v, z)| dudvdz < +\infty$ . Nel caso  $f$  sia integrabile su  $E$ , si determini  $\int_E f(u, v, z) dudvdz$ .

**Esercizio 3.** Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$f(x, y, z) = x \log(x^2 + y^2 + z^2)$$

e si consideri l'insieme  $C = \{(x, y, z) : 0 < x \leq 1, (y-1)^2 + z^2 \leq 1\}$ . Stabilire se  $f$  ha massimo e minimo su  $C$  e nel caso determinarli.

**Quarto appello di Analisi Matematica II dell' 8 Gennaio 2010.**

*Università di Pisa. Corso di Laurea in Fisica, a.a. 2009/2010.*

**Esercizio 1.** Si traccino tutte le soluzioni dell'equazione  $u''' + u' = \sin t$ .

**Esercizio 2.** Si studino le soluzioni del problema

$$\begin{cases} u'(1 + \log u) = 1 \\ u(t_0) = u_0 \end{cases}$$

al variare delle ammissibili condizioni iniziali individuate da  $t_0$  e  $u_0$  e se ne traccino i grafici.

**Esercizio 3.** Si stabilisca se sono integrabili in senso improprio sull'intervallo  $[2, +\infty[$  le seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{\log x}{(x + \cos x)^2} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{\cos x}{\log x}.$$