

## Compito di Analisi Matematica III, Corso B

Corso di Laurea in Fisica, A.A. 2007/08

Pisa, 26 giugno 2008

1) Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = ax - 2y \end{cases}$$

- a) Determinare le soluzioni del sistema, al variare del parametro reale  $a$ .
- b) Disegnare qualitativamente le orbite delle soluzioni.

2) Si consideri la funzione

$$f_\alpha(x, y, z) = \frac{1 + |z|^3}{(x^2 + y^2 + z^2)^\alpha}.$$

- a) Dire se la funzione  $f$  è integrabile sul dominio

$$D = \{x^2 + y^2 \leq z^4 \leq 1\},$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

- b) Calcolare l'integrale

$$\int_D f_2 \, dx dy dz.$$

3) Si consideri la funzione

$$g(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} \log(x^2 + 2y^2).$$

- a) Studiare la funzione  $g$ , determinandone in particolare i punti di massimo e minimo locale e globale.
- b) Disegnare qualitativamente le linee di livello di  $g$ .