

Istituzioni di Matematiche II, 29/11/2021.

Coloro che fanno il compitino devono risolvere gli esercizi 1,2,3; chi fa il compitino straordinario deve risolvere tutti gli esercizi eccetto quelli indicati per il solo compitino

1. Sia

$$f_a(x, y) = \frac{3}{2}xy - a(x + y) - 2(x^3 + y^3), \quad a \in \mathbb{R}.$$

Per $a \geq 0$, trovare i punti critici della funzione f_a , e classificarli.

2. Determinare gli estremi della funzione $f_a(x, y)$ dell'esercizio precedente quando $a = 0$, sul vincolo $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}(x + y)$.
3. (a) Sia $\vec{F}_a(x, y, z)$, $a \in \mathbb{R}$, il campo di vettori dato in coordinate cartesiane ortogonali da:

$$\vec{F}_a(x, y, z) = (axz, (4 - a)yz, x^2 + y^2).$$

Determinare i valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui il campo è conservativo (giustificando la risposta) e per tali valori calcolare il potenziale del campo.

- (b) [solo compitino] Calcolare il lavoro del campo dell'esercizio precedente, nel caso $a = 1$, lungo la curva \mathcal{C} congiungente il punto $P \equiv (1, 0, 0)$ col punto $Q \equiv (-1, 0, 0)$, data dalla semicirconferenza

$$\mathcal{C} = \{x^2 + z^2 = 1, y = 0, z \geq 0\}.$$

2) Calcolare il volume della parte interna della sfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

che sta sopra il cono

$$z = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^2 + y^2}$$

3) Data una molecola $AAAA$ con vertici in $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 0)$, a gruppo di simmetria C_{2v} descrivere le operazioni di simmetria e determinare il carattere della rappresentazione totale Γ completando la tabella seguente

	E	C_2	$3\sigma_v$	σ'_v	
θ	(I)
$2\cos(\theta) \pm 1$	
u_n	
$\chi(R)$	

Decomporre la rappresentazione Γ in irriducibili utilizzando la tavola dei caratteri allegata.

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ'_v
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	-1	1