Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola..............................

PRIMA PARTE - II

1. (a) Studiare i punti critici di

$$f(x,y) \;=\; 2x + 3y + \frac{1}{xy}$$

nel primo quadrante $Q = \{x > 0,\ y > 0\}$.

Facoltativo. Come si può giustificare a priori l'esistenza di un minimo di f in Q?

(b) Determinare i punti di minimo vincolato e di massimo vincolato della $f(x,y)$ dell'esercizio 1 soggetta al vincolo $x + y = 1$, appartenenti al quadrante Q.

2. (a) Sia $\vec{F}_a(x,y,z)$, $a \in \mathbb{R}$, il campo di vettori dato in coordinate cartesiane ortogonali da:

$$\vec{F}_a(x,y,z) \;=\; (a^2 x \log(z)\ ,\ y\log(z)\ ,\ \frac{x^2+y^2}{z}).$$

Determinare i valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui il campo è conservativo (giustificando la risposta) e per tali valori calcolare il potenziale del campo.

(b) Calcolare il lavoro del campo dell'esercizio precedente, nel caso $a = 0$, lungo la linea retta $\mathcal{C}$ congiungente il punto $P \equiv (1,1,1)$ col punto $Q \equiv (2,1,1)$.

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola.............................

SECONDA PARTE - II

1. (a) Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 \leq a^2, \; 0 \leq z \leq b\}$. Calcolare

$$\iiint_C z \; dxdydz$$

   (b) Interpretando z come la densità di massa nel punto (x, y, z) di C, determinare il centro di massa di C.

2. (a) Data una molecola piana quadrata con due atomi fra loro uguali nei punti $(-1, 1), \; (1, 1)$ ed altri due atomi fra loro uguali nei punti $(-1, -1), (1, -1)$, descrivere geometricamente le operazioni di simmetria del gruppo C_{2v} della molecola.

   (b) Determinare il carattere della rappresentazione totale (ridotta) Γ completando la tabella (I) allegata;

   (c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)) e specificare le frequenze che appaiono in Ir e Ra.

   (d) (facoltativo) Giustificare la seguente affermazione: una molecola con gruppo di simmetria C_{2v} non può avere frequenze normali multiple di vibrazione.

Il gruppo $\mathcal{C}_{2v}$ ha 4 elementi $E, \; C_2, \; \sigma_v, \; \sigma_v'$ e ha 4 rappresentazioni irriducibili $(A_1, \; A_2, \; B_1, \; B_2)$ con tavola dei caratteri

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ_v'	IR	Ra
A_1	1	1	1	1	z	x^2, y^2, z^2
A_2	1	1	-1	-1		xy
B_1	1	-1	1	-1	x	xz
B_2	1	-1	-1	1	y	yz

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ, si considera il numero u_n' di atomi fissi e si moltiplica $u_n' * (2cos(\theta) - 1)$.

	E	C_2	σ_v	σ_v'
θ	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$2cos(\theta) \pm 1$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$u_n - 2, u_n'$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\chi(R)$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

(I)

Numero frequenze normali IR: $\dots$
Numero frequenze normali Ra: $\dots$