

Compito Istituzioni di Matematiche II, 4/6/2014

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

Prima parte

Regolamento. *Scrivere solo la risposta dove richiesto. Il valore di ogni risposta esatta è indicato.*

1) [pti 3] Scrivere un'equazione cartesiana del piano Π passante per i punti $P_1 \equiv (1, 1, 2)$, $P_2 \equiv (1, 2, 3)$, e ortogonale al piano $x = 0$.

Π :

2) [pti 3] Sia $f(x, y) := \cos(xe^{-\frac{1}{y}})$. Scrivere $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$$

3) [pti 4] Il polinomio di Taylor, sviluppato nel punto $P \equiv (0, 0)$, di ordine 3, della funzione

$$f(x, y) = \frac{1}{1 - \operatorname{sen}(xy)}$$

è dato da

.....

4) [pti 5] Scrivere le coordinate di tutti i punti critici della funzione

$$f(x, y) = \cos^2(x) + \operatorname{sen}^2(y)$$

compresi in $0 \leq x \leq \pi/2$ e $0 \leq y \leq \pi/2$. Per ognuno di essi indicare che tipo di punto critico è.

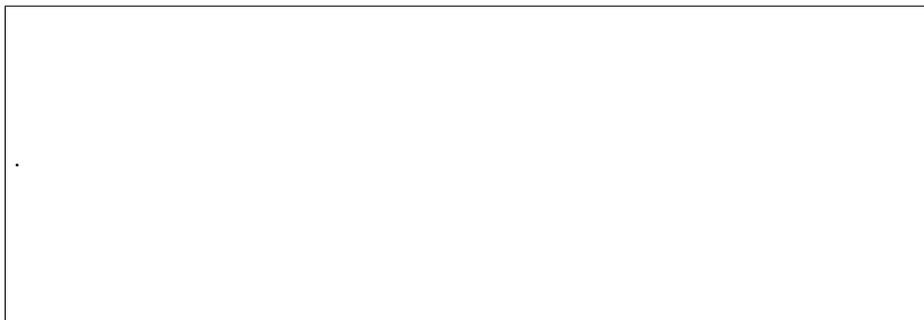
.....

5) [pti 3] Dire quale scatola a forma di parallelepipedo, di lati a, b, c , e di assegnato volume $V = abc$ costante, realizza il minimo della funzione

$$f(a, b, c) = a + b + c.$$

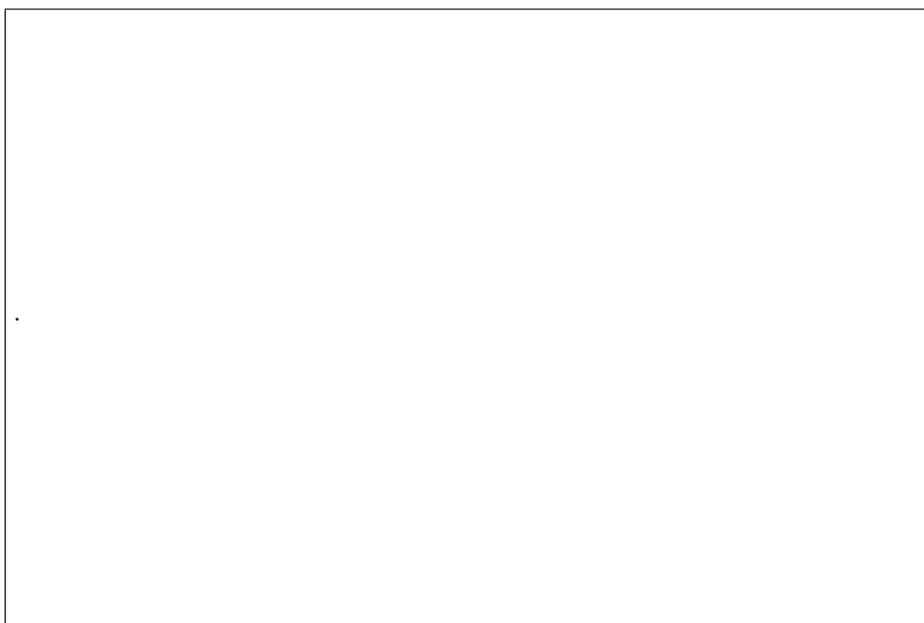
.....
Seconda parte (argomentare utilizzando lo spazio assegnato)

6) [pti 5] Dato il campo di vettori piano $\vec{F}(x, y) = F_1(x, y)\vec{i} + F_2(x, y)\vec{j}$ dire quali condizioni debbono soddisfare le due funzioni F_1 ed F_2 affinché sia \vec{F} che il campo $\vec{G}(x, y)$ che si ottiene ruotando $\vec{F}(x, y)$ di $\pi/2$ in senso antiorario in ogni punto (x, y) siano conservativi.



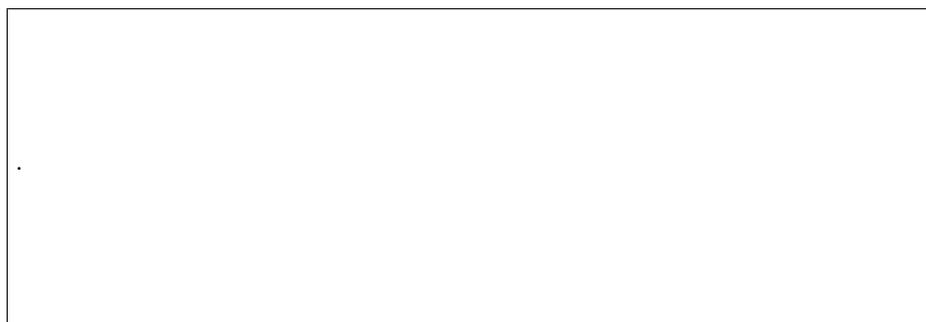
7) [pti 5] Dimostrare che il volume V di una sfera di raggio R è dato da

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



8) [pti 6] Sia data una molecola AAAA con i quattro A disposti ai vertici di un tetraedro regolare.

1. Determinare il carattere della rappresentazione totale (ridotta) Γ completando la tabella (I) allegata;
2. Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)) e specificare le frequenze che appaiono in IR e Ra .



Il gruppo \mathcal{T}_d ha 24 elementi E , $8C_3$, $3C_2$, $6\sigma_d$, $6S_4$ e ha 5 rappresentazioni irriducibili (A_1 , A_2 , B , F_1 , F_2) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$	IR	Ra
A_1	1	1	1	1	1	no	si
A_2	1	1	1	-1	-1	no	no
B	2	-1	2	0	0	no	si
F_2	3	0	-1	1	-1	no	si
F_2	3	0	-1	-1	1	si	si

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento è una rotazione impropria di angolo θ , si considera il numero u'_n di atomi fissi e si moltiplica $u'_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

	E	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$	
θ	
$2\cos(\theta) \pm 1$	(I)
$u_n - 2, u'_n$	
$\chi(R)$	

Numero frequenze normali IR : ...

Numero frequenze normali Ra : ...