

Compito 5/6/2019

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

1. Sia $f(x, y)$ la funzione data da

$$f(x, y) = \frac{1}{\cos(x)\cos(y)}.$$

Descrivere e disegnare il dominio di $f(x, y)$.

Determinare tutti i punti critici di $f(x, y)$ e classificarli.

2. Determinare gli estremi vincolati della $f(x, y)$ dell'esercizio precedente, sul quadrato $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = \pi/2\}$ (disegnare tale quadrato).

3. Dato il campo piano

$$\vec{F} = x\sqrt{x^2 - y} \vec{i} - \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - y} \vec{j}$$

descrivere il dominio di \vec{F} e dire se è stellato.

Determinare un potenziale per \vec{F} .

4. Data la funzione di una variabile $y = \log(x^\alpha)$, $0 < x \leq 1$, $\alpha > 0$, siano C_x e C_y i solidi ottenuti ruotando il grafico attorno all'asse x e y rispettivamente. Dire (giustificandolo) se e quando tali solidi hanno volume finito e in tal caso determinarlo. Dire se esiste un numero $\alpha > 0$ tale che i volumi di C_x e di C_y risultino uguali.

5. Sia data la molecola con atomi uguali nei punti

$$A_1 \equiv (-1, 1, 1), \quad A_2 \equiv (1, -1, 1), \quad A_3 \equiv (1, 1, -1)$$

e un atomo $B \equiv (1, 1, 1)$.

- (a) Osservare che gli atomi A_1, A_2, A_3 formano un triangolo equilatero e B sta nell'asse passante per il baricentro del triangolo e ortogonale al triangolo. Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria C_{3v} completando la tabella (I) allegata;
- (b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I));

θ	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
$2\cos(\theta) \pm 1$
u_n
$\chi(R)$

(I)

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n) * (2\cos(\theta) \pm 1)$ secondo che l'elemento sia una rotazione propria o impropria di angolo θ .

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
B	2	-1	0