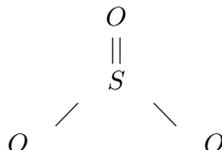


Esame Istituzioni Matematica II, 10/6/2009 (prof. M. Salvetti)

1. (facoltativo) Data la molecola piana SO_3 con S al centro e tre O ai vertici di un triangolo equilatero, con un doppio legame e due legami semplici (vedi figura),



descrivere il gruppo G delle simmetrie della molecola nel piano, dicendo in particolare: che ordine ha G , descrivendone gli elementi, e se G e' abeliano.

2. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = e^{2x^2 - 3y^2}.$$

- (a) Descrivere il dominio di f e le sue linee di livello.
(b) Scrivere le derivate prime parziali di f , calcolare il gradiente di f nel punto $P \equiv (5, 5)$ e l'equazione del piano tangente al grafico di f in tale punto.
(c) Dire quali sono i punti critici della funzione e di che tipo sono.
(d) Minimizzare $f(x, y)$ con la condizione

$$g(x, y) = x^2 + y^2 = k, \quad k > 0, \quad k \in \mathbb{R}, \quad \text{numero fissato.}$$

3. (a) Dire se il campo

$$F(x, y, z) \equiv \left(\frac{x}{r} \sin(r), \frac{y}{r} \sin(r), \frac{z}{r} \sin(r) \right)$$

dove $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, e' conservativo. In caso affermativo, determinare un potenziale.

- (b) Calcolare il lavoro del campo lungo il segmento di estremi $(0, 0, 0)$ e (π, π, π) .
4. (a) Determinare l'area della regione

$$R := \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq x^2, -1 \leq x \leq 1\}.$$

- (b) Determinare il volume del dominio D ottenuto per rotazione di R attorno all'asse y nello spazio di coordinate (x, y, z) .