

Esame Istituzioni Matematica II, 12/6/2013 (prof. M. Salvetti)

studenti del nuovo corso (6 crediti): eser. 1,2,3,4

studenti del vecchio corso (3 crediti): es: 1,2,3

1. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = e^{2-2x^2-y^2-xy}.$$

- (a) Studiare gli eventuali punti critici di $f(x, y)$.
(b) Sia data la linea di livello $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = e\}$ di f . Determinare i punti di C che si trovano alla massima distanza dall'origine e quelli che si trovano alla minima distanza dall'origine (suggerimento: utilizzare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange con C come vincolo: di quale funzione vanno cercati gli estremi?)

2. (a) Sia

$$\vec{F}_a(x, y, z) = (a^4yz, a^6xz, a^2xy).$$

Determinare gli $a \in \mathbb{R}$ per cui \vec{F}_a è conservativo.

- (b) Per $a = 1$, determinare le equazioni delle linee di forza del campo.

3. (a) Calcolare

$$I_a := \iint_{D_a} \frac{1}{2x+3y} dx dy$$

dove D_a è il triangolo piano determinato dai punti

$$P_1(a, 0); P_2(2, 0); P_3(2, 2), \quad 0 < a < 2.$$

- (b) Calcolare, se esiste, il $\lim_{a \rightarrow 0^+} I_a$.

4. Sia data una molecola A, A, A, B, C a forma di doppia piramide retta a base un triangolo equilatero A, A, A (con B e C che stanno sull'asse ortogonale al triangolo e passante per il suo baricentro, da parti opposte rispetto al triangolo).

- (a) Determinare il carattere della rappresentazione totale (ridotta) Γ del gruppo di simmetria C_{3v} completando la tabella (I) allegata;
(b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)) e specificare le frequenze che appaiono in Ir e Ra .

Il gruppo C_{3v} ha 6 elementi E , $2C_3$, $3\sigma_v$, e ha 3 rappresentazioni irriducibili (A_1 , A_2 , E) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$	Ir	Ra
A_1	1	1	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	-1		
E	2	-1	0	(x, z)	$(x^2 - y^2, xy), (xz, yz)$

(*)

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ , si considera il numero u'_n di atomi fissi e si moltiplica $u'_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
θ
$2\cos(\theta) \pm 1$
$u_n - 2, u'_n$
$\chi(R)$

(I)

Numero frequenze normali IR : ...

Numero frequenze normali Ra : ...